Seminario 19 "... o peor": el hiato psicoanalítico

Samaniego, Blanca (con Sergio Larriera)

RESUMEN: Proponemos una lectura transversal del seminario 19 de Jacques Lacan con el objetivo de reunir los principios matemáticos de que se sirvió para representar su teoría de la sexuación en forma *matema*. Su comprensión ha requerido dos pasos metodológicos. Uno, la correspondencia teórica con la lógica y matemáticas aplicadas a las cuatro fórmulas y a la variable en ellas, el significante. Dos, comprender la diferencia entre esta lógica y la propia lacaniana. Este doble trabajo ha sido posible al indagar transversalmente sobre el concepto 'hiato irreductible' definido por Lacan: el que hay entre el significante y su denotación. Se añade un ejercicio de acercamiento a "Tótem y tabú" de Sigmund Freud, referido puntualmente en la exposición de la teoría, que nos conduce a conocer conceptos construidos por Lacan a partir de Lévi-Strauss, implicados en esta formulación.

PALABRAS CLAVE: Hiato psicoanalítico, el UNO sólo, lógica modal, la doble verdad, Mito, Indeterminación

Blanca Samaniego

Cuando estudiaba la licenciatura de Prehistoria en la Universidad Complutense de Madrid enseguida me hice con el que creo fue el primer libro que afrontaba las matemáticas para la Arqueología. Se titula "Matemáticas para arqueólogos", de Clive Orton (Alianza Editorial, 1987) traducido por Víctor Fernández, uno de mis profesores preferidos. Después salieron otros avanzando en la estadística aplicada. En todo caso, esta disciplina se dedica a clasificar y, sobre todo, relacionar datos que aparentemente no tienen nada que ver para construir inferencias de conocimiento a partir de los restos de yacimientos arqueológicos.

Lo traigo al recuerdo porque se trata siempre de los datos contables, sobre lo rescatado. Claramente la arqueología se organiza como una disciplina positiva, ampliando la clase de datos recuperables. Pero no incluye lo ausente, lo perdido: la esencia del hiato arqueológico. En cuanto al saber científico que produce es siempre fragmentario, pero en avance, de manera que a pesar de la pérdida innumerable la Arqueología ha conseguido perfilarse como una ciencia, más gracias a esa inferencia fragmentada con ayuda de otras disciplinas científicas, aunque sea incompleta. Otra cosa es que sepamos acercarnos a aquella realidad desde esta *incompletud*.

Este trabajo, surgido de una manera –se puede decir- casi espontánea, no pretende ni mucho menos ocupar ese puesto que se diría "matemáticas para psicoanalistas". Ni siquiera aborda si le son útiles en alguna medida. Ese esfuerzo ya lo hizo Jacques Lacan a lo largo del seminario 19, conocido por el sobrenombre "… o peor", en el curso 1971-1972 (publicado en 2012 en castellano, Editorial Paidós). Realmente fue un esfuerzo ímprobo, con un guion autodidacta, exponiendo y construyendo conceptos en la misma dinámica del seminario. Hecho que ponderamos en suma porque hay que reconocer que esa capacidad intelectual creativa no es nada frecuente, salvo en los grandes maestros.

Sin embargo, la formación en Prehistoria ha positivado en mí de alguna manera este concepto de hiato, todo lo que se sabe es siempre en relación a lo que falta. Se positiva, digamos, cuando la inferencia advierte de la limitación en curso. Quizá esta orientación ha sido condición oportuna para poner el énfasis en la búsqueda de este hecho y su representación matemática en el texto del seminario 19.

Por otra parte, esta formación hace que ponga atención sobre las referencias a *Tótem y tabú* (Freud, 1913), lectura obligada en la especialidad de Antropología. De ahí que, al final de este trabajo, se comenta el texto de Lacan respecto a la noción del padre totémico de Freud en relación a la Teoría de las cuatro fórmulas de la sexuación.

Sergio Larriera

Muchos fueron los cruces con Blanca Samaniego.

La conocí en la sala de espera del consultorio en Viriato 20 a principios de este siglo. Cada tanto nos cruzábamos allí, intercambiando algunas palabras. Al enterarme de su relación con la arqueología, yo conducía esas breves conversaciones hacia los temas que me fascinaban.

Pocos años después, sucedieron viajes a lugares que ella iba indicando: Cueva Maja y Valonsadero en Soria, Peña Escrita en Fuencaliente (Ciudad Real), Domingo García en Segovia, Foz Côa en Portugal, y asistimos a un congreso sobre Neandertales en el Museo de Altamira (Cantabria).

En 2003-04 organizó y gestionó en el Museo de Arqueología Nacional (MAN) un ciclo de doce encuentros sobre "La cuestión del Tiempo y el Psicoanálisis" que dirigimos Jorge Alemán y yo.

Honda huella nos ha dejado el pensador Eugenio Trías. Participamos durante más de diez años en el Seminario que dictaba en Madrid.

En 2013 la invité a exponer en el Taller de Investigación Lengüajes que coordino en la Escuela Lacaniana de Psicoanálisis (ELP), su intervención trató sobre *Lenguaje Visual Prehistórico*, tema de su tesis doctoral.

Cuando fundamos el Círculo Lacaniano James Joyce (2016) aportó su conocimiento informático, aplicado al diseño y configuración de la página web <cilajoyce.com>, me acompañó con su saber como arqueóloga en una exposición sobre nudos, cadenas y trenzas en el arte mediterráneo desde el 1500 aC hasta el 1600 dC, y por su parte participó con dos trabajos más relacionados con el arte prehistórico y la semiótica visual.

Este año 2022 hemos publicado como coautores en el Boletín del MAN (Nº41, Septiembre 2022) el trabajo *Hipótesis del origen hebreo de la cadena 12 ^{3} en el arte*[1].

Estos son, a grandes rasgos, los momentos en que hemos colaborado, o compartido espacios y experiencias. Pero lo que sucedió en la presente investigación de Blanca Samaniego es algo absolutamente inédito. Abusando de la confianza que dan tantos momentos en común, le pedí que me confeccionase un *power point* con ciertas cuestiones y figuras que yo le iba señalando en el *Seminario 19*, con miras a un compromiso de intervención en el Seminario del Instituto del Campo Freudiano en España (Madrid, 23 de abril 2022).

Samaniego nunca había leído a Jacques Lacan. Incluso, según ella me ha comunicado, durante los cinco años de análisis, evitó, con la intención de preservar la experiencia, cualquier indagación teórica sobre el psicoanálisis. Empero, dada su propia experiencia como analizante, en los diversos contextos de portadores del discurso analítico, siempre estuvo respetuosamente cerca del psicoanálisis.

El encuentro con la palabra escrita del maestro fue traumático. El tropiezo fue con una figura de las páginas 161 y 162 del Seminario. Es cuando Lacan recurre a los "números figurados" y habla del "poliedro de cinco vértices" como yuxtaposición de pirámides. Samaniego llegó a una solución que no la satisfizo, hasta alcanzar el grado de "pesadilla": "¿Cómo es posible que no pueda entender este párrafo?" se preguntó.

1 Disponible en: http://www.man.es/man/estudio/publicaciones/boletin-info/2020-2029/2022-41-09-samaniego-info.html

A mediados de mayo tuvimos una prolongada reunión en la que me informó del estado de conmoción en que se encontraba, pues había comenzado una lectura del *Seminario 19* tratando de dilucidar las referencias de la lógica matemática de conjuntos. En esa reunión quedó claro que iniciábamos una experiencia de trabajo que, según reza la cabecera del artículo, distribuía nuestras respectivas funciones de la siguiente manera:

Samaniego, Blanca: como se escribe, en la cabecera de un artículo, el nombre del autor.

Seguido de un paréntesis dentro del cual se anota el término "con" y a continuación mi nombre, en el modo natural de decirlo: (con Sergio Larriera). El paréntesis y la preposición hacen que la fórmula nos diga que esas dos personas han trabajado juntos pero en posiciones disimétricas que, muy sencillamente podemos escribir: 1 (más uno).

Durante cinco meses nos reunimos en veinte ocasiones en las que, como más uno, fui escuchando las inquietudes producidas durante la lectura del texto, intervenía aclarando algunos conceptos psicoanalíticos y ofreciendo algunas referencias bibliográficas, siendo el destinatario de los progresos en la redacción del artículo. Pero jamás como redactor. Únicamente, casi al final de este proceso, aporté una nota breve que la autora decidió utilizar como "corolario" (ver página 52). Lo considero como mi texto de disolución de la experiencia, al modo del trabajo del más uno en la disolución de un cártel.

Índice de contenidos

Fundamentos de lógica y matemática en el Seminario 19 de Lacan

"…lo que podríamos llamar un matema, acerca del cual planteé que es el pivote de toda enseñanza. Dicho de otro modo, no hay enseñanza que no sea matemática; el resto es broma." (Lacan, S.19, 27)

"La referencia matemática es denominada así porque ése es el orden en el que reina el matema, es decir, lo que produce un saber que, por no ser más que producto, está ligado a las normas del plus-de-gozar, es decir, de lo mensurable. Un matema es lo que, estricta y solamente, se enseña. No se enseña más que el Uno. Todavía hay que saber de qué se trata." (Lacan, S. 19, 150)

La teoría de las cuatro fórmulas expresa la formalización de los interrogantes de Lacan sobre la función de goce. Nos referiremos en adelante a esta cuestión como 'Problema L'. Si las fórmulas están bien escritas (bien formadas) expresan que hay un modelo válido (conforme a la teoría de funciones recursivas) sobre la teoría de la sexuación. Es, se puede decir, la teoría axiomática de la sexuación de Lacan.

Este modelo representa un universo recursivo, consistente e incompleto, que trata de un saber analítico a través del significante como variable libre y el *objeto a* como constante, ambos en su relación con la función de goce.

Lacan recoge las invenciones principales de Frege (1884), y la Metafísica de Aristóteles entre otros (Leibniz, Pascal, Boole, De Morgan), pero consideramos que su orientación para la formalización está guiada por la lógica modal y concretamente por los trabajos de Gödel (1931), que incluyen como imprescindibles los axiomas de Peano (1889). Estas invenciones y demostraciones afectan principalmente a la teoría de números naturales (ordinales y cardinales).

Lacan conoce la inconsistencia de la teoría intuitiva (ingenua) de conjuntos de Cantor (1890-1897), demostrada por Russell (1903), que es remplazada por la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo-Fraenkel (ZF) en 1908 y que utiliza los símbolos de la lógica de predicados, aunque no menciona a estos últimos autores. Creemos que no necesita hacerlo –precisamente- porque el aspecto absolutamente relevante de su teoría se consolida en el abandono de la tabla de verdad de la lógica formal clásica. Al definir Lacan las modalidades propias del problema se acerca a los teoremas de Gödel, optando por la formulación de la lógica modal y el enfoque teórico de la lógica polivalente (multivalente, plurivalente).

Sin embargo, la idea de construcción de conjuntos de la teoría axiomática ZF y el concepto de inducción matemática para los conjuntos transfinitos, incluida en los axiomas ZF, son oportunos para el 'Problema L'. Quiere decir que los objetos de una colección deben haberse formado antes de definir dicha colección. Con esta restricción a la definición de conjunto de Cantor desaparece la paradoja de Rusell (Da Silva, 2014; Huertas y Manzano, 2002).

El 'Problema L' no se despliega, en realidad, a través de la definición de conjuntos (por ejemplo, a partir de las cuatro fórmulas se puede pensar en cuatro conjuntos diferentes tales que afirman cada una de las fórmulas independientemente). Más bien se realiza una correspondencia teórica entre el significante (siempre referido a la función ϕ) y la teoría de los números (ordinales y cardinales, finitos y transfinitos). Al ser ésta resuelta mediante la teoría de conjuntos, parece que podría establecerse esa equivalencia entre significantes y números naturales $\mathbb{N}$. Al final del recorrido esta clase de correspondencia sólo es pertinente en cuatro localizaciones muy concretas. Nos referimos a lo que se denomina en el texto del seminario "hiato" o "brecha". Este trabajo trata de averiguar si estos hiatos tienen representación satisfactoria y válida en el modelo teórico de las cuatro fórmulas.

Al final del seminario Lacan introduce "consistencia" y "accesibilidad" que, junto con la recursividad, son propiedades trabajadas por Gödel aunque aquí parecen definirse a partir de Cantor. El modelo teórico presentado en este momento, a modo de conclusión del seminario, está dirigido al fundamento del significante y su manifestación.

Estas propiedades, definidas para funciones recursivas, se aplican sobre una única función ϕ, y una única variable libre 'x'. Entendemos, por tanto, que la teoría está formulada en su dimensión irreductible. Si bien debemos considerar también que ϕ pueda representar una serie de variantes de ella misma $\{\phi_1, \phi_2, \ldots\}$. La única variable 'x' se define como 'significante' o 'cadena de significantes' en relación a ϕ. Si es posible deducir que existen subconjuntos de 'x' que sólo son variables libres (argumento) respecto de una variante de ϕ, entonces deberán denotarse 'x_1', 'x_2' , etc. En tal caso, será necesaria una fórmula que exprese tal implicación respecto de la formulación irreductible.

El presente trabajo se estructura en cinco apartados numerados. En cada uno se indica el capítulo (y páginas) del Seminario de Jacques Lacan Libro 19 (2012). Los textos seleccionados comienzan con la página entre paréntesis. La negrita es nuestra, señalando conceptos a comentar. El Anexo Matemático reúne las NOTAS sobre lógica matemática de otros autores. Se han elegido referencias accesibles en Internet.

1. Presentación del fundamento lógico

De la anécdota a la lógica (37-46)

> (37) Fórmulas en el pizarrón:
>
> $$\exists x.\overline{\Phi x} \qquad \overline{\exists x}.\overline{\Phi x}$$
>
> $$\forall x.\Phi x \qquad \overline{\forall x}.\Phi x$$
>
> (39) … lo que se opone a la íntegra captación del discurso en la exhaución [método de agotamiento, exhaustivo] lógica e introduce en ésta un **hiato**[2] **irreductible**[3]. Eso es lo que designamos como **real**.
>
> (40) En el desarrollo de la enunciación lógica al que me referí recién, algunos quizás habrán notado que no se trata de otra cosa que del teorema de Gödel concerniente a la aritmética. Gödel procede a la demostración de que habrá siempre en el campo de la aritmética algo enunciable en los términos propios que la componen que no estará al alcance de lo que ella se plantea a sí misma como el modo de la demostración que debe considerarse admitido. **Lo notable es que Gödel no procede a partir de los valores de verdad, de la noción de verdad, sino a partir de la noción de derivación**. Al dejar en suspenso los valores verdadero o falso como tales, el teorema resulta demostrable. Ese punto sensible ilustra lo que digo acerca del **hiato lógico**.
> **Lo real puede definirse como lo imposible**, en la medida en que se revela por la captación misma del discurso lógico.

Empezamos en la página 37 donde aparecen las cuatro fórmulas sobre la teoría de la sexuación. Dirigimos la atención hacia "lo irreductible", "un hiato irreductible" (39).

Parece buscarse ese hiato irreductible, que también puede decirse 'un estado de vacío que no se puede descomponer', y que se podrá definir con una fórmula en la

---

[2] Hiato (Oxford dictionary): una breve pausa en la que no pasa ni se dice nada, o un espacio en el que falta algo.

[3] Irreductible, irreducible, no se puede descomponer en partes más pequeñas. En ciencias sobre sistemas complejos, un sistema no es la suma de las partes, su conocimiento no es irreductible al de sus partes. De ahí se dice que los sistemas complejos no son reduccionistas.

modalidad de "lo imposible" y ésta representará lo real. Es decir, un estado o hecho constitutivo del sistema que se intenta modelizar.

Lacan no utiliza el término "sistema", pero dice (40), con sus palabras, que incluyendo el hiato lógico (o, digamos, un resto indefinible) el sistema es incompleto y, por tanto, el teorema derivado es demostrable. ¿Cuál teorema? El que representaría que el discurso lógico –psicoanalítico- es capaz de captar lo real, justo ese hiato irreductible, el de lo imposible.

De la noción de derivación de Gödel (NOTA sobre Noción de derivación de Gödel) no se deduce –exactamente- que un teorema resulte demostrable. Se refiere a que se admiten proposiciones que no sean demostrables mediante formulación derivada de los axiomas (teoremas), porque una proposición no demostrable, indecidible, puede ser verdadera. Puede que Lacan esté entendiéndolo como "hiato lógico", metodológicamente hablando, aunque también usa "hiato" o "brecha" para hablar de una discontinuidad, vacío o falta de sentido.

La referencia a Gödel implica que estamos tratando la formulación lógica de un sistema recursivo, consistente e incompleto. Se espera conocer, entonces, el axioma primitivo, los axiomas del sistema, si hay teoremas derivados y cuáles son las proposiciones indecidibles. Cómo se manifiesta la recursividad y qué herramientas lógicas se aplican para denotar lo recursivo, lo consistente y lo incompleto.

Cierto que no se nombra la propiedad 'consistencia', o se da por hecho. Lacan incluirá esta propiedad avanzado el seminario, volveremos sobre ella en el apartado 4. En este párrafo se centra en definir un sistema incompleto por la noción de indecidibilidad.

La frase "lo real puede definirse como lo imposible" (40) queda marcada ahora porque más adelante debemos abordar los operadores modales de la lógica proposicional. En lógica modal el axioma primitivo es el que se define como regla de necesidad, y es frecuente que sea demostrado a través de teoremas derivados. Por el momento, anotamos que los cuatro axiomas ('conjunciones *argumento-función* bajo el signo de los cuantores') están definidas junto con una modalidad lógico-temporal.

Siguiendo el eje de 'lo real', buscando el hiato irreductible, a continuación se muestran otras dos localizaciones de este concepto que afectan a la formulación de los axiomas de la teoría de la sexuación (a la definición del sistema). En ambos, el concepto 'hiato' está implicado con el método lógico de formulación, afecta a la construcción del sistema lógico y a la definición de sus propiedades (metalógica).

La primera localización aparece en oposición al sentido:

> (43) …el **hiato que hay entre el significante y su denotación**, ya que el sentido, si está en algún lado, está en la función, y la denotación no comienza más que a partir del momento en que el argumento llega a inscribirse allí.
> Al mismo tiempo, se pone así en tela de juicio algo que es diferente, a saber, el uso de la letra E, también invertida, ∃, que quiere decir *existe.* Existe algo que puede servir en la función como argumento y tomar de él valor de verdad o no tomarlo. Querría hacer que sientan la diferencia que hay entre, por un lado, esta introducción del *existe* como problemática, a saber, poniendo en tela de juicio la función misma de la existencia, y, por otro lado, lo que implicaba el uso de las particulares en Aristóteles, a saber, que el uso del *algún* parecía acarrear consigo la existencia. Como se consideraba que el *todos* comprendía ese *algún,* el *todos* mismo tomaba el valor de lo que no es, a saber, el de una afirmación de existencia.
> No hay estatus del *todos,* a saber, del universal, más que en el nivel de lo posible. …

El hiato entre el significante y su denotación se refiere a que –mientras la denotación (algebraica) está presente (en la formulación la variable siempre está operativa)- sin embargo, el significante puede no aparecer, o estar presente sin sentido o enmascarado. Ésta es una condición específica en el universo del significante en el discurso analítico. Y es fundamental pero no hay modo de distinguirlo en la variable 'x'. No se trata de 'x' y 'no.x', sino de que su manifestación sucede en una modalidad temporal. En ese momento en que se manifiesta, decimos, se inscribe el significante.

Esta noción de hiato es plenamente psicoanalítica, es decir, no tiene representación matemática y este hecho es advertido para plantear el límite de aplicación –en la lógica psicoanalítica- del operador lógico "∃" (existe). En consecuencia, el axioma con el operador universal "∀" (para todo) debe entenderse también, digamos, restado en su potencia a sólo 'lo posible'.

A partir de esta noción de 'hiato psicoanalítico', debemos sospechar al menos que el axioma primitivo no se encuentra en la fórmula del universal, como sería en lógica clásica.

Pero lo importante aquí es que dicho hiato es constitutivo, es decir, que opera en las cuatro fórmulas (pues utilizan los mismos cuantores "∃" y "∀"), se debe entender que en todas ellas opera un vacío, una falta. Estamos adelantando esta idea, que se pronunciará en la página 154, porque esta referencia ayudará a entender lo que allí desarrolla.

También lo destacamos ahora porque es el factor esencial que justifica el abandono de la lógica aristotélica y la orientación a la "nueva lógica". De este cambio de lógica se ocupó en las dos primeras sesiones, en especial insistiendo sobre el cuantor 'no-todo', como continuación del seminario anterior. El trabajo de Glasserman (1981) ayuda a entender esta lógica clásica y la orientación nueva sobre las relaciones entre estas fórmulas en el esquema (1981: 138, tema complejo de comprender si no se dispone del lenguaje adecuado (como en mi caso).

En el texto S19 no se lee expresamente, pero iremos entendiendo que este 'hiato psicoanalítico' es el hiato irreductible. Lo denominará 'brecha' al tratar el discurso analítico en la Coda (227).

La segunda localización del concepto 'hiato':

> (44) Nada puede asimilar el *todos* a este *no-todas.* De allí parten los valores que hay que dar a mis otros símbolos. Entre lo que funda simbólicamente la función argumental de los términos *el hombre* y *la mujer,* queda el **hiato de la indeterminación de su relación común con el goce. Ellos no se definen en relación con éste [el goce] a partir del mismo orden.**

El "hiato de la indeterminación" se refiere a una falta de correspondencia entre los dos géneros, masculino y femenino, y su propio orden de relación con el goce. Si esta naturaleza es fundamental en la definición del 'sistema', entonces cabe pensar en más de una caracterización de la función ϕ. Volveremos más adelante sobre este aspecto; ahora, al menos podemos pensar en dos supuestas funciones de goce correspondientes a dos órdenes de relación, digamos: ϕ y ϕ', como dos subuniversos. Nada se dice sobre este "hiato" como proposición indecidible o que no sea demostrable esta indeterminación. Sin embargo, es deducible que puede hablarse de ello desde el saber del discurso analítico. Lo comentaremos más adelante (176).

Se afirma que entre los órdenes lógico-temporales 'necesario/posible' e 'imposible/contingente' se produce un 'hiato de la indeterminación' respecto a la relación de orden con la función ϕ. Y esa diferencia se detecta en la argumentación 'x' en dichas relaciones:

<table>
<tr><td>$\exists x \neg\phi x$
Lo necesario</td><td rowspan="2">Hiato de la indeterminación</td><td>$\neg\exists x \neg\phi x$
Lo imposible ≡ lo Real</td></tr>
<tr><td>$\forall x \phi x$
Lo posible</td><td>$\neg\forall x \phi x$
Lo contingente</td></tr>
</table>

Figura 1. Localización del hiato de la indeterminación entre las fórmulas

Se comprende, insistimos por el momento, que se están estableciendo las diferencias de significación y representación entre la lógica modal proposicional y la lógica modal lacaniana para el 'Problema L'. Un ejercicio sobre estas diferencias se recoge en la "NOTA sobre Adaptación del vocabulario de lógica modal al 'Problema L'". La diferencia principal es que el axioma primitivo, la regla necesaria, no recae en una fórmula universal (∀) sino en una fórmula de excepción (∃).

Respecto a ese "no-todas", queda articulado en la modalidad lógico-temporal 'lo contingente'. Ahora se anuncia su posición respecto a las demás fórmulas, pero a lo largo del seminario se resolverá su valor, modal y psicoanalítico. Y:

> (46) El *no imposible,* ¿qué es? Tiene un nombre que nos sugiere la tétrada aristotélica, pero dispuesta de otro modo. Así como a lo necesario se oponía lo posible, a lo imposible se opone lo contingente. Lo tocante al valor sexual *mujer* se articula en la medida en que contingentemente la mujer se presenta como argumento de la función fálica.

Termina la exposición de los operadores modales de la lógica actual (no aristotélica), además de afirmar que las fórmulas de lo contingente y lo imposible se refieren al comportamiento simbólico del género femenino.

Sin duda, esta confluencia de los axiomas –algebraicamente- equivalentes es dependiente de una temporalidad, como dirá más adelante, del significante manifestado en un lugar y tiempo (dice 'hora'). Los axiomas algebraicamente equivalentes son:

Por oposición en ámbito particular: A ($\exists x \neg \phi x$)   C ($\neg \forall x\, \phi x$)

Por oposición en ámbito universal: B ($\forall x\, \phi x$)   D ($\neg \exists\, x \neg \phi x$)

Resumiendo, desde el inicio del seminario el problema que se plantea es la imposibilidad de capturar todos los significantes que produce el ser hablante (29-30), y define ϕx la función que representa la imposibilidad de la relación sexual, "*Lo que expreso mediante esta notación ϕx es lo que produce la relación del significante con el goce*" (31); es decir, x designa un significante.

El plan es saber si se puede distinguir el significante en relación al género (masculino, femenino), lo que debe mostrarse a través del razonamiento formulado (*matema*) a través de los cuantificadores (cuantores) afirmativos, *para todo* significante ($\forall x$), o *existe* un significante ($\exists x$), y sus negaciones, *no todo* significante ($\neg \forall x$), *no existe ningún* significante ($\neg \exists x$) (32-34).

Así, podemos pensar en cuatro subconjuntos de significantes que se comportan conforme a ϕ caracterizados por la posición de los cuatro cuantores. Se pueden representar por la siguiente sucesión ordenados de mayor a menor tamaño: (∀x), (¬∃x) y (¬∀x), (∃x). Al aplicar en ellos la función ϕ y su negación, se obtienen en realidad dos conjuntos, los que la afirman y los que la niegan.

La solución, en estas fórmulas, se construye vía negación. Queda por resolver las relaciones entre ellas, a través de los conectores en el vocabulario de la lógica proposicional: implicación, conjunción y disyunción. En el texto lo encontramos en las páginas 99-100 y 104-105 (capítulo "La partenaire desvanecida") pero lo traemos ahora para completar los requisitos de la lógica.

La implicación no opera entre las universales y las particulares (sobre ϕx y ¬ϕx) pero si encontraremos un problema resuelto por la doble implicación, se verá en el apartado 4, cuando aparece referido 'Boole y Morgan'.

La conjunción no es aplicable, siempre será falsa porque no es válido que cualquier par de fórmulas sean ciertas a la vez. La tabla de verdad para la Conjunción (conector ∧, operación .Y.) establece que solamente si las componentes de la conjunción son ciertas, la conjunción es cierta. Pero la articulación hace que esto no pueda suceder porque no sólo se trata de la negación en los cuantificadores sino también de la negación de la función ϕ. Esta condición es importante porque expone frontalmente que cada fórmula representa una posición única, que el significante no se puede manifestar en dos de ellas a la vez, cualesquiera sean.

Sobre la disyunción (conector ∨, operación .O.), la tabla de verdad establece que la disyunción solamente es falsa si lo son sus dos componentes. En consecuencia, se acerca la posibilidad de aplicarla, pero *"…tenemos dos funciones de las cuales se plantea que no son la verdadera verdad. Parece que tenemos aquí algo que da esperanzas de haber al menos articulado una verdadera disyunción*." (100).

Sólo es aplicable entre fórmulas sobre la función ϕ afirmada o sobre la función ϕ negada. En ambos casos se articulan pares de fórmulas confrontadas por el hiato de la indeterminación (A o D, B o C). Y se confrontan fórmulas contradictorias en la lógica clásica, contradicción que sólo se solventa a través de la disyunción 'O exclusivo' (operación .OR.). Por ejemplo, en lógica:

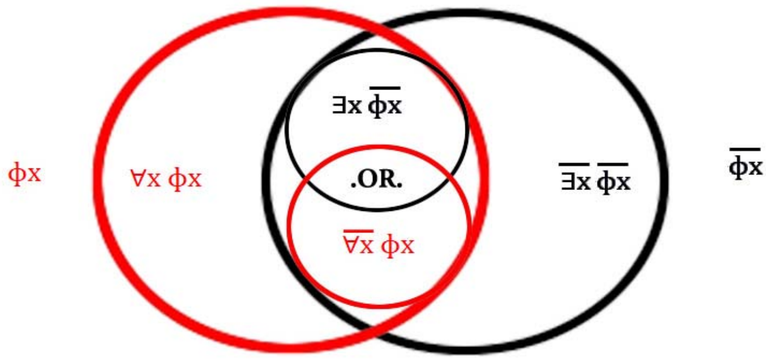
Es verdadera (∃x¬ϕx) .or. (¬ ∃x ¬ϕx)   si A .or. D es verdadera

(∀x ϕx) .or. (¬∀x ϕx)   B .or. C

Si '(∀x ϕx) .or. (¬∀x ϕx)' es falso, entonces ⟺ '(∃x¬ϕx) .or. (¬ ∃x ¬ϕx)'

Si '(∀x ϕx) .or. (¬∃x ¬ϕx)' es falso, entonces '(∃x¬ϕx) .or. (¬∀x ϕx)' (a ⟺ b)

Esta articulación, condicionada por la afirmación/negación de la función ϕ, se puede representar así:



De estos ejemplos, Lacan indicará que la posibilidad de producirse una disyunción verdadera sólo ocurre en el primer caso, entre el existe y no existe (A .or. D), que asimila al '1' y al '0', respecto a la negación o inexistencia de la castración (101).

2. El Cero, el Uno y la recursividad

De la necesidad a la existencia (47-59)

El seminario indaga la clase de correspondencia entre el significante producido (supuestamente inscrito o no) en cada axioma y la teoría de los números naturales. La herramienta más utilizada es el triángulo aritmético. Para no perdernos, recordemos que estamos buscando la representación matemática de ese 'hiato psicoanalítico' entre el significante y su denotación.

Indagación sobre el concepto y simbolismo de los números naturales:

> (55) El orden de los números solo puede pues constituirse por medio de la astucia que consiste en proceder exactamente en el sentido contrario de lo que hizo Leibniz, y en quitar 1 de cada número. **El número predecesor es el concepto** que, una vez dejado de lado tal objeto que servía de apoyo al concepto de cierto número, resulta idéntico a un número que está muy precisamente caracterizado por no ser idéntico al precedente, digamos, en apenas 1.
> Así es como **Frege** regresa hasta la concepción del concepto vacío, que no entraña objeto alguno, y que es el concepto, no de la nada –ya que es concepto-, sino de lo inexistente. Considera lo que él cree que es la nada, a saber, el concepto cuyo número seria igual a 0, y cree poder definirlo a partir de la formulación del argumento x diferente de x, $x \neq x$, es decir, x diferente de sí mismo.
>
> (56) En efecto, si es verdad que lo simbólico es lo que digo de él, a saber, que está íntegramente en la palabra, que no hay metalenguaje, ¿desde dónde cabe designar en el lenguaje un objeto del que se asegure que no es diferente de sí mismo? Sin embargo, sobre esta hipótesis Frege constituye la noción de que el concepto = 0 da -según la fórmula que él produjo de entrada para la noción del número predecesor- un número diferente del que corresponde al 0, al que considera, y con seguridad, la nada, es decir, diferente de aquel al que conviene no la igualdad a 0, sino el número 0.
> A partir de allí, en referencia a que el concepto al que conviene el número 0 es igual a 0 pero no idéntico a 0, el meramente idéntico a 0 es considerado su **sucesor** y, como tal, igualado a 1. La cosa se basa en el punto de partida llamado de la equinumerosidad. La equinumerosidad del concepto bajo el cual no cae ningún objeto con motivo de la inexistencia es siempre *igual a sí mismo*. Entre 0 y 0 *no hay diferencia*. Ese no hay diferencia es el sesgo por el cual Frege pretende fundar el 1.
> De todos modos, esta conquista sigue siéndonos preciosa, en la medida en que nos da el 1 como lo que esencialmente es -escuchen bien lo que digo- el significante de la inexistencia. No obstante, ¿es seguro que el 1 pueda fundarse en ella?

Las preguntas expresadas (56) se dirigen a comprender si la clase de equivalencia, para el concepto de los números, es útil para el lenguaje, para el significante.

Antes de llegar a la respuesta, recordemos lo que realiza Gottlob Frege[4] para la construcción de los números naturales. Comienza diciendo lo que no es el número: "*los números no son cosas materiales, ni conjuntos, montones o configuraciones de cosas materiales; y no son propiedades de cosas materiales (...) el número no surge añadiendo una cosa a otra*..." (Frege, 1884, p.72). Y después lo que es: "*Los números sólo se asignan a los conceptos, bajo los cuales caen lo externo y lo interno, lo espacial y lo temporal, lo no espacial y lo atemporal*" (Frege, 1884, p. 75). Por ejemplo, cuando decimos que nuestro sistema solar tiene nueve planetas estamos diciendo que bajo el concepto "planeta de nuestro sistema solar" caen nueve objetos.

Frege construye los números naturales no por medio de herramientas matemáticas sino de manera argumental con la función recursiva y la contextual. Define 'clase de equivalencia' necesaria para hacer corresponder los objetos y los números. Frege argumenta que una manera de definir entidades matemáticas, consiste en definirlas como clases de equivalencia, inducidas por una determinada relación de equivalencia en una clase previamente dada de elementos. En concreto, 'dominio' es la clase cuyos elementos son conceptos, sobre el cual se define como relación de equivalencia entre conceptos la biyección (relación biunívoca). Esta definición es ya la noción de conjunto, y también de partición, y lo utilizará en la definición de número cardinal (NOTA sobre Construcción de los números naturales por Gottlob Frege).

A partir de la noción de 'clase de equivalencia' presenta las nociones de conjunto vacío y conjunto unitario, que identificamos con el concepto vacío y concepto unitario.

Además, Frege observa que los números naturales son los objetos que satisfacen el 5º axioma de Peano. En concreto, se refiere a la definición de **sucesor**, se muestra que todo "número natural tiene un siguiente, indicando que para cada número natural n, el número natural que corresponde al concepto 'pertenece a la serie numérica que termina con n' es el siguiente de n". En el texto se hace uso de la idea de 'sucesor' (56), supuestamente entendida sin problema, pero consideramos importante conocer su origen en el trabajo de Guiseppe Peano (NOTA sobre Axiomas de Peano), que depuró gracias a su discusión con Frege. Por su parte, Bertrand Russell realizaba su crítica, conocida como la paradoja de Russell,

[4] En "Die Grundlagen der Aritmetik" (Fundamentos de la Aritmética) publicado en el año 1884.

señalando que la construcción de Frege permitía la existencia de una clase de todas las clases de cosas que no son miembros de sí mismas.

Para el 'Problema L' el razonamiento es el siguiente:

Si el concepto vacío es un elemento de la clase de conceptos vacíos (el concepto representado por el número Cero) y se define Cero 0 es el número que corresponde al concepto "distinto de sí mismo", a través del argumento: $x \neq x$ (x diferente de sí mismo), entonces, este concepto vacío representa "Lo Inexistente".

A continuación, Lacan refuta la argumentación de Frege formulando: "Sea un concepto No-Idéndico a sí mismo", pero, si lo simbolico está íntegramente en la palabra, si no hay metalenguaje[5]... "*¿Cómo designar en el lenguaje un objeto del cual se asegure que No es diferente de sí mismo?" (56).* Es decir, cómo designar al significante S_1, el significante que se inscribe.

Frege construye la noción "El concepto = 0", concepto idéntico al número cero, es un elemento de la clase de conceptos unitarios, (conjunto que contiene -del que cae- solo un objeto). Y lo representa con el número 1: '1 es el número que corresponde al concepto "igual a 0"', es la clase de los conceptos unitarios.

Por tanto, en el 'Problema L' el '1' es el significante de la Inexistencia. Que no es un valor, es una clase de concepto.

Y para fundamentarlo recurrirá, avanzado el curso, al triángulo aritmético de Pascal (quizá porque en él las secuencias numéricas se ofrecen de manera más intuitiva) tomando de él la serie de números naturales, la serie que ahora indaga buscando el fundamento de la repetición (56-58). De esta primera presentación anotamos su resumen de lo que interesa y que se explicará mejor después:

> (58) Esto para dar **soporte a lo que no ha de expresarse más que en términos de subconjuntos.** Evidentemente ustedes ven que a medida que el número entero aumenta, el número de subconjuntos que pueden producirse en su seno supera con creces y muy rápido el número entero mismo...

Sin embargo, es la noción de **sucesor** la que conduce al fundamento de la repetición y ésta se constituye en fundamento de la inexistencia. Dicho con otras palabras, la recursividad se da en el significante cuando éste se puede representar con el 1, el 1 de lo inexistente. Y esto es una proposición válida, porque no existe metalenguaje, para hablar del significante que se inscribe, el que sólo se puede capturar en el lugar y tiempo en que se manifiesta. En palabras de Lacan:

---

[5] Metalenguaje, un lenguaje que se usa para hablar acerca de otro lenguaje, o lenguaje-objeto.

> (58) Frege termina por designar que el número de los objetos que convienen a un concepto en calidad de concepto del número, del número N en especial, será por sí mismo lo que constituye el número **sucesor**. Dicho de otro modo, si ustedes cuentan a partir de 0: 0 1 2 3 4 5 6, eso siempre dará lo que está aquí, a saber, 7. ¿7 qué? 7 de eso que denominé inexistente, por ser el **fundamento de la repetición**.
>
> (59) Frege no explica entonces la serie de los números enteros, sino la posibilidad de la repetición. La repetición se plantea ante todo como repetición del 1, en calidad del 1 de la inexistencia.
> En el hecho de que no haya un solo 1, sino el 1 que se repite y el 1 que se sitúa en la serie de los números enteros, ¿no hay acaso -no puedo aquí más que plantear la pregunta- algo que sugiere que hemos de encontrar en esta abertura algo que es del orden de lo que hemos interrogado al plantear como correlato necesario de la cuestión de la necesidad lógica el **fundamento de la inexistencia**?

Así, la posibilidad de la repetición en Frege y Peano es el mismo concepto de recursividad y de reflexividad de la identidad en Gödel: algo que remite a sí mismo persistentemente, como un bucle permanente en el lenguaje. Volveremos a la recursividad en el teorema de Pascal, al final del capítulo "HAIUNO".

Del último párrafo, "*hemos de encontrar (...) la necesidad lógica para el fundamento de la inexistencia*", dicho con otras palabras: ¿estamos buscando el axioma primitivo que fundamenta la repetición? Sí, pero no sólo eso.

Ya sabemos, conforme a la lógica modal que parte de lo necesario, lo necesario es lo que da lugar a lo posible, esta posibilidad es la posibilidad de la repetición. La herramienta que permite expresar esta posibilidad se denota en el *para todo* ∀.

La pregunta actual se refiere a cómo fundamentar la inexistencia en el axioma de lo necesario, el axioma primitivo. Más bien apunta a ese "1 sólo" en la medida de si será útil para captar el 'hiato irreductible'. Buscamos el matema del 'hiato psicoanalítico'.

HAIUNO (135-145)

El término 'Haiuno' se lee por primera vez en la página (125) para designar hay el '1', el '1' de Frege que aparece en todas las series de números (130).

Sobre el 'uno sólo', se indaga ahora el estatus del Uno en la teoría (ingenua) de conjuntos de Georg Cantor. El estudio de esta teoría continúa en el capítulo "Cuestión de Unos", pero puede ser útil ahora el rudimento para definir un conjunto al modo de Cantor, es decir, el modo no axiomático (NOTA sobre Teoría intuitiva de conjuntos). La definición inicial de Cantor (Huertas y Manzano, 2002: 4) es totalmente intuitiva: un conjunto es cualquier colección C de objetos x, determinados y bien distintos, de nuestra percepción o nuestro pensamiento (que se denominan elementos de C), reunidos en un todo.

Enseguida vemos que la dificultad está en definir colecciones (de objetos o conceptos) muy numerosas, de cantidades demasiado grandes para ser numeradas. Para resolverlo Cantor, igual que Frege, aplican la idea de que un conjunto coincide con la extensión de un predicado, es la colección de objetos que satisface el predicado.

Así, el problema sobre el significante 'x' se traslada al predicado (argumento) que representa. Lacan asume enseguida que lo 'no numerable' se encontrará en 'lo real':

> (141) La teoría de conjuntos está hecha entonces para restaurar el estatus del número. Y lo que prueba que en efecto lo restaura, en la perspectiva de lo que enuncio, es que, al enunciar como lo hace el fundamento del **Uno**, y al hacer que en él se base **el número como clase de equivalencia, termina destacando lo que denomina lo no numerable** …
>
> (142) Al traducirlo a mi vocabulario, no hablaré de lo no numerable, objeto que no dudaré en calificar de mítico, sino de *la imposibilidad de numerar. …* Precisamente en esto consiste lo real que se vincula al Uno.

En adelante la preocupación es el fundamento del primer Uno, del Uno que surge como efecto de la falta, desde la teoría de conjuntos, para aclarar que el Uno no se funda en la mismidad sino en la diferencia:

> (142) … pondré de inmediato el acento sobre la ambigüedad que entraña el fundamento del Uno como tal.
> Esa ambigüedad surge exactamente de que, al revés de lo que parece, el Uno no podría fundarse en la mismidad. Al contrario, la teoría de conjuntos señala que debe fundarse en la pura y simple diferencia.

Lo anotamos aquí, pero se explicitará mejor en el apartado siguiente dedicado a la teoría de conjuntos. En última instancia, el UNO se constituye cuando al comparar dos conjuntos –bien ordenados-, su diferencia es el conjunto vacío {0} que, en la noción de Frege, está representado con el Uno. En la teoría de conjuntos, dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos, conforme al axioma de extensionalidad, que veremos más adelante.

Lacan lo menciona así "En el primer nivel de elaboración que constituye la denominada teoría del conjunto, está el axioma de extensionalidad, que significa que al comienzo no podría tratarse de *mismos*. Hay que saber en qué momento surge la mismidad en esta construcción." (142). Pero, en lugar de definirlo, ilustra la comparación entre conjuntos, con ejemplos digamos peculiares, cuya utilidad también se encontrará mejor en el capítulo siguiente:

> (143) ... He aquí de qué se trata. Para fundar el cardinal, no hay otra vía que la de lo que se denomina la aplicación biunívoca de un conjunto sobre otro. Cuando se quiere ilustrarla, no se encuentra otra cosa que evocar alternativamente no sé qué rito primitivo de potlatch --competición por la prevalencia, de la cual surgirá la instauración de un 'jefe al menos provisorio- o más simplemente la manipulación denominada del jefe de comedor -quien confronta uno por uno cada uno de los elementos de un conjunto de cuchillos con un conjunto de tenedores. Ya se trate de los rebaños que cada uno de los dos competidores por el título de jefe hace que atraviesen cierto umbral, o del jefe de comedor que se encuentra haciendo sus cuentas, una vez que de un lado aún quede uno mientras que del otro ya no quedan más, ¿qué se revelará? Que el Uno comienza en el nivel en que hay uno que falta.

Aquí Lacan opera informalmente con el método de descenso hacia el Uno. Y concluye:

> (143) El conjunto vacío es entonces estrictamente legitimado por ser, si me permiten, la puerta cuyo franqueamiento constituye el nacimiento del Uno, el **primer Uno** que se designa en una experiencia admisible, quiero decir admisible matemáticamente, de un modo que pueda enseñarse -ya que esto es lo que significa *matema*- y que no apele a figuraciones groseras. Lo que constituye el Uno y lo que lo justifica es que se designa solamente como distinto, sin otra referencia calificativa. Porque sólo comienza a partir de su falta.

A partir de este punto, del 'primer Uno', se recuerda la producción del triángulo aritmético de Pascal (143-145). En este triángulo, en realidad una matriz, hay tres clases de '1', el 'primer Uno', los '1' de la izquierda y los '1' de la derecha. Para entender su construcción es necesario repasar que la matriz fue construida como una herramienta para cálculos de probabilidad y, entre sus consecuencias, resuelve los coeficientes binomiales de Newton (NOTA sobre el Triángulo de Pascal).

La matriz de números se construye, como es sabido, sumando los dos números por encima, de la fila anterior. Pero estos números no son valores sino subconjuntos. Corresponden a la combinatoria de n elementos tomados de k en k, donde n es el número de fila más 1 (porque empieza en n=0) y k el número de la posición o columna en la matriz.

Cada una de las combinaciones representa un conjunto de elementos. Por ejemplo, la combinación de 2 elementos tomados de 1 en 1 da 2 elementos, la combinación de 3 elementos tomados de 2 en 2 da 3 pares-de-elementos, etc. Con este método, los "1" de la izquierda son los conjuntos vacíos en cada fila {Ø}. Los "1" de la derecha son los conjuntos de n elementos tomados de k en k cuando k=n, es decir, es el único subconjunto de los n elementos {n}. El resto de las posiciones (k) de cada fila (n) son los subconjuntos de los n elementos tomados de 1 en 1, de 2, en 2, de 3 en 3, ..., de k en k. Los elementos de estos conjuntos se denotan con un índice n_i, donde i toma los valores de k.

Así, esta aplicación es la sugerida en la frase:

> (144) ... el triángulo de Pascal. Está para figurar lo que en la teoría de conjuntos denominamos, no elementos, sino **partes de los conjuntos.**

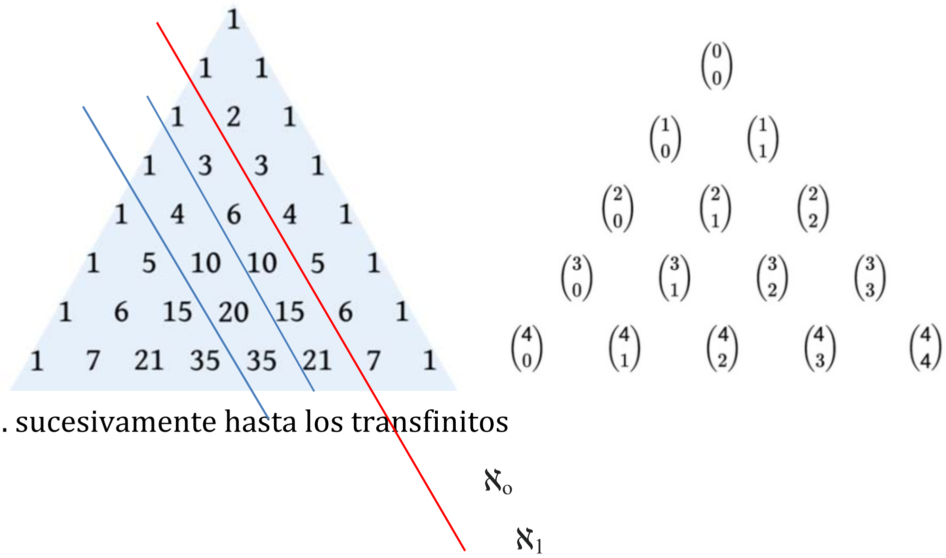


Figura 2. Izquierda, en diagonal, el triángulo construye series de números naturales (línea roja), números triangulares, tetraédricos y pentatópicos. Derecha, combinatoria de n elementos tomados de k en k, en las 5 primeras filas del triángulo. En la primera fila n=0.

Insistimos que para entender la expresión "partes de los conjuntos" es conveniente aplicar el método combinatorio en el triángulo aritmético. Lacan no menciona este método pero sí el concepto de subconjunto representado en cada número del triángulo. De hecho, en las páginas (131-132) muestra la fórmula de m elementos tomados de n en n para expresar la potencia de las combinaciones cuando se añade un elemento. Y dice: "*Pero justamente, hay que captar aquí otra dimensión del Uno, que intentaré ilustrarles la próxima vez por medio del triángulo aritmético*." (132).

En el siguiente apartado volveremos sobre esta cuestión. Apuntamos ahora que en la construcción del triángulo Pascal notó que para cualquier número entero n se cumple que:

$\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$; es decir, que el conjunto de n elementos tomados de 0 en 0 es el conjunto vacío, y el conjunto de n elementos tomados los n es el conjunto unitario. Esto explica los '1' de los laterales.

La fórmula para construir cada fila del triángulo (la de sumar los dos números de la fila anterior) se conoce también como fórmula recursiva porque –en cada fila- se verifica que: "Si se tiene un conjunto de n elementos, donde $n \geq 0$, hay un único subconjunto sin elementos (de cero elementos), o conjunto vacío, por lo que el número de estos subconjuntos de cero elementos que hay es 1, cualquiera que sea *n".*

Resumiendo hasta aquí, ya tenemos la definición de conceptos Cero y Uno por Frege, de conjunto vacío y conjunto unitario, y la recursividad del '1', en tanto conjunto vacío, sustentada en el triángulo de Pascal.

Al abordar el concepto Uno a través de la teoría de conjuntos Lacan abre el debate del Uno de la mismidad o de la diferencia, así como marca la atención hacia lo 'no numerable' que, ya adelantamos, no se refiere a los números grandes o transfinitos sino a lo que 'no se puede saber', la 'imposibilidad de numerar'. Estos problemas continúan en el capítulo siguiente.

Por supuesto, en la tesis de que la teoría de la sexuación se modeliza como un sistema recursivo, que se supone consistente y es incompleto, a través de cuatro proposiciones sobre la función de goce Φ entre las que hay alguna indecidible.

3. Las series de números como conjuntos (finitos e infinitos)

Cuestión de Unos (147-163)

Lacan está hablando de que sólo hay dos sexos. "Cuando se trata de sexo, se trata del otro sexo, incluso cuando se prefiere el mismo" (153), y, dirigido al psicoanalista, "El analista, aclaro, no es nominalista en absoluto. No piensa en las representaciones de su sujeto, sino que debe intervenir en su discurso procurándole un suplemento de significante. Es lo que se llama interpretación.". Y termina, "incluso si es seguro que los sexos sean dos, a saber, si el discurso es o no capaz de articular la relación sexual. He aquí lo que merece ser puesto en tela de juicio" (154).

Por fin, aquí tenemos expresado que en cada una de las cuatro fórmulas hay un hiato:

> (154) ... la oposición entre un $\exists x$ y un $\neg\exists$x, entre un *existe* y un *no existe,* ambos en el mismo nivel, el de *no es verdadero que* ϕx. Por otra parte está la oposición entre un todo x es conforme a la función ϕx y -fórmula nueva- un no todo es capaz de satisfacer la función llamada fálica.
> Según trataré de explicarlo en los siguientes seminarios, hay una serie de hiatos que se encuentran en todos los puntos, los cuatro puntos antes enunciados. Pero esos hiatos son diversos, no siempre los mismos. Esto merece ser señalado para situar lo tocante a la relación sexual en el nivel del sujeto.

Cuatro, diversos y no siempre los mismos. ¿De qué naturaleza? Es la pregunta. En el seminario no vuelve a aparecer "hiato", pero en la exposición de la cardinalidad infinita se encuentra implícitamente este concepto. Al final, en el capítulo "Teoría de las cuatro fórmulas" denomina 'brecha' a la naturaleza que separa estos cuatro 'términos'.

Nuestro objetivo es saber si los ha identificado, matemáticamente, con la única idea previa de que estos cuatro hiatos deben ser cuatros modos de expresión del hiato irreductible, el que hemos llamado 'hiato psicoanalítico'.

Sin embargo, todavía estamos lejos de encontrarlos. Antes hay que resolver cómo y en qué ayuda la teoría de conjuntos al 'Problema de L'.

En este momento, parece que el significante en cuestión es aquel que no guarda correspondencia con lo esperado –respecto a la función Φ-, respondiendo a la cuestión:

> (155) El asunto es si, sobre ese Haiuno en cuestión, podrá acaso arrojamos alguna luz el conjunto, que nunca fue hecho para eso. Dado que aquí hago pruebas piloto, me propongo meramente ver con ustedes **qué** de todo eso **puede servir**, no diré de ilustración, pues está en juego algo muy distinto, **para que lo del significante tiene que ver con el Uno.**

En el párrafo siguiente, la correspondencia biunívoca se refiere a la función biyectiva que cumplen los conjuntos bien ordenados, isomorfos.

> (156-157) La susodicha teoría de conjuntos no tiene otro objeto directo que el de revelar cómo puede engendrarse[6] **la noción estricta de número cardinal**. La vez pasada lo ilustré a grandes rasgos mediante el uso pedagógico de la **correspondencia biunívoca**: **la noción del Uno surge cuando falta un compañero en las dos series comparadas.** Hay uno que falta. El Uno surge como efecto de la falta.
> Todo lo que se dijo del número cardinal se deriva de que la sucesión de los números cardinales, en la medida en que empieza en cero, siempre entraña necesariamente uno y solo un sucesor. Al enunciárselo de manera improvisada, **cometí un error, el de hablar de una sucesión como si ya estuviese ordenada**. Quiten eso, que no afirmé, y simplemente **noten que cada número corresponde cardinalmente al cardinal que lo precede cuando a éste se añade el conjunto vacío.**

Se rectifica para distinguir la sucesión de los números ordinales (que informan del número y su orden) de los números cardinales (que informan del número de elementos que contiene el conjunto que representan).

Apuntamos que, aunque el objetivo es comprender la utilidad de la teoría de conjuntos no hay que olvidar que la cuestión principal está dicha antes: se trata de comparar el (conjunto del) significante con el (conjunto del) Uno, entendido éste como el elemento del conjunto (de cualquier cardinalidad) que coincide con el conjunto vacío. Dicho de otro modo, la frase destacada en (156) viene a afirmar que el Uno surge cuando **no** se cumple la función biyectiva.

Esta rectificación aparece después de que anunciara el axioma de Extensionalidad que define cuándo dos conjuntos son iguales (NOTA sobre Axioma de Extensionalidad o de conjuntos iguales); en palabras de Lacan, para saber en qué momento surge la mismidad:

---

[6] Engendrarse, construirse.

> (142) Lo que rige el fundamento de la teoría de conjuntos consiste en que cuando ustedes anotan, digamos para ir a lo más simple, tres elementos separados entre sí por comas -por dos comas en total entonces-, si uno de esos elementos revela de algún modo ser el mismo que otro, o si puede estar unido a él por cualquier signo de igualdad, él es pura y simplemente lo mismo que este. En el primer nivel de elaboración que constituye la denominada teoría del conjunto, está el **axioma de extensionalidad**, que significa que al comienzo no podría tratarse de mismos. Hay que saber en qué momento surge la mismidad en esta construcción.

El axioma de extensionalidad lo resuelve cuando se demuestra que los conjuntos comparados tienen los mismos elementos (no la misma cardinalidad o número de elementos), o cuando su diferencia es el conjunto vacío {0}.

Volviendo a la página 157, el párrafo siguiente es complejo de entender respecto a la definición de conjunto finito e infinito y que, precisamente, está relacionada con la propiedad de la buena ordenación, la inducción y el problema de lo no numerable:

> (157) Quisiera poner de relieve que la teoría de conjuntos implica dos tipos de conjuntos, el conjunto finito y el conjunto infinito, que ella admite. **Lo que caracteriza al conjunto infinito es que puede ser planteado como equivalente a cualquiera de sus subconjuntos**. (…) En consecuencia, se dice que puede ser reflexivo. Por el contrario, la propiedad principal del conjunto finito es la de ser propicio para servir a lo que se denomina **inducción** en el razonamiento matemático. **La inducción es admisible cuando un conjunto es finito.**
> Un punto de la teoría de conjuntos al que, en lo que a mí respecta, considero problemático, es la **no numerabilidad** de las partes, entendidas como subconjuntos.

La frase en negrita "lo que caracteriza al conjunto infinito es que puede ser … equivalente a cualquiera de sus subconjuntos" nos obliga a conocer la definición de infinitud de Richard Dedeking (1888)[7], la primera que se produce sin apoyarse en los números naturales, y que tuvo impacto hasta la definición del **axioma de la Elección** en la teoría axiomática ZF en 1904 que, a su vez, fue estudiado por Russell, Gödel y otros. Una de las consecuencias principales del axioma de la Elección es que es equivalente al teorema del buen orden, es decir, que todo conjunto puede

[7] https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto_infinito-Dedekind: un conjunto A es infinito-Dedekind si algún subconjunto propio B de A es equipotente a A. Explícitamente, esto significa que existe una función biyectiva de A en algún subconjunto propio B de A. Un ejemplo, el conjunto de los números pares respecto de los números naturales. Un conjunto es finito-Dedekind si no es Dedekind-infinito.

ser bien ordenado, por cumplir la función biyectiva (NOTA sobre el Axioma de la elección).

Nos parece interesante y oportuno traerlo aquí porque es posible pensar que entre los cuatro conjuntos teóricos de significantes, resultantes de cada fórmula, se puede seleccionar un elemento (significante) de cada uno y formar con ellos un conjunto.

También, hay que recordar que la validez de la inducción matemática se basa en el principio de buena ordenación de los conjuntos de números enteros no negativos. En realidad el método inductivo se aplica también a los conjuntos infinitos e incluso a conjuntos de números no numerables. Otra cosa es que el resultado sea una proposición indecidible, como en los cardinales inaccesibles, que veremos más adelante.

El último párrafo (157) abre el problema de los conjuntos no numerables, "la **no numerabilidad** de las partes, entendidas como subconjuntos".

Esta frase puede producir desconcierto, o cierto dolor de cabeza, en mi caso. No se trata de si el número de partes es no numerable, sino de su contenido, porque "la parte" es un subconjunto, "parte" es una convención para nominar "subconjunto". Así, este problema no necesita de demostración matemática sino de lógica de conjuntos, que incluimos ahora a modo de paréntesis. Después, volvemos a leer el párrafo y aparece diáfano…

Hay que discernir los conceptos infinito y numerable/no-numerable en la teoría de conjuntos de Cantor. "*Infinito* no es *indefinido*", dijo antes Lacan (149). Se diferencian por la función de equivalencia que opera entre los conjuntos que se comparan:

-Un conjunto numerable es un conjunto con la misma cardinalidad que el conjunto de los números naturales. Que un conjunto sea numerable implica que es un conjunto infinito. Un conjunto se dice que es numerable (o contable) cuando existe una biyección entre este conjunto y el conjunto de los números naturales.

-Un conjunto no numerable es un conjunto que no puede ser enumerado, tal que o NO existe una función sobreyectiva del conjunto de los números naturales N a dicho conjunto, o NO existe una función inyectiva de N a dicho conjunto. O si su cardinal es mayor que Aleph-0, el primer transfinito.

> Ejemplos de conjuntos no numerables: los números reales R, números irracionales, el conjunto de Cantor[8] [0, 1] de los números reales entre 0 y 1, el conjunto de todos los subconjuntos de números naturales.

Usando la manera intuitiva de representar las funciones sobreyectiva (incluye la repetición) e inyectiva (incluye el vacío), se trata de que un conjunto es no numerable cuando no existe alguna de estas equivalencias (de las funciones y sus combinaciones):

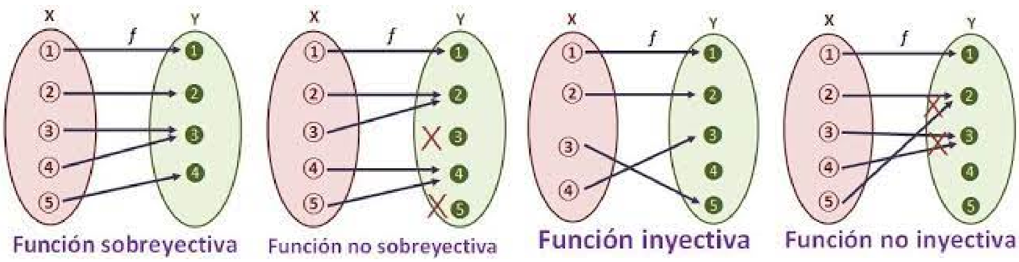


Figura 3. Tipos de funciones no estrictamente biyectivas de ℕ sobre argumentos Y[9].

Así, para el 'Problema L', de manera intuitiva, podemos sospechar que las fórmulas universales se refieren a conjuntos infinitos y las fórmulas particulares a conjuntos finitos. En principio, con esta distinción todos son numerables. Pero nos tememos que esta distinción es demasiado simple, es insuficiente.

A partir de ahora se indaga sobre los dos tipos de conjuntos, numerables y no numerables. Pero es importante saber si los supuestos conjuntos definidos en el álgebra lacaniana son conjuntos cantorianos en *stricto sensu*. Para ello vamos a interrumpir la secuencia textual, literal, entre las páginas 157 y 162. Primero comentamos la definición de Cantor (160) y después el desarrollo "Sobre lo no numerable" con la solución de Lacan.

Los 'conjuntos lacanianos' no son cantorianos

Al respecto, quizá sea oportuno destacar cómo debate Lacan la definición 'ingenua' de conjuntos de Cantor (ya iniciado en las páginas 141-143), declarando que 'está en juego el significante' y que, entendemos, está representado en 'x':

---

8 Ver: <https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto_de_Cantor

9 Ver: <https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones-inyectivas-sobreyectivas-biyectivas/>

> (160) … bajo la pluma de Cantor, a la que llaman ingenua, cuando desbrozó esa vía verdaderamente sensacional. Los elementos del conjunto son algo tan diverso como se quiera, con la sola condición de que planteemos como una cada una de esas cosas que él llegará a llamar objetos de la intuición o del pensamiento. Así se expresa, ¿y por qué rechazárselo? Esto no quiere decir otra cosa que algo tan eterno como se quiera: una vez que mezclamos la intuición con el pensamiento, **está en juego el significante**, lo que se manifiesta por el hecho de que todo eso se escribe *a, b, e, d*. **Está excluido que un elemento cualquiera perteneciente a un conjunto se repita. Cualquier elemento de un conjunto subsiste en calidad de distinto. En cuanto al conjunto vacío, en el principio de la teoría de conjuntos se afirma que solo puede ser Uno.** Se plantea entonces que ese Uno -la nada [*nade*] en la medida en que ella está en el principio del surgimiento del Uno numérico, a partir del cual se constituye el número entero- es desde el origen el conjunto vacío mismo.
> Interrogamos esta estructura en la medida en que, **en el discurso analítico, el Uno se sugiere como situado en el principio de la repetición**. Aquí se trata entonces del tipo de Uno que resulta marcado por nunca ser más que el Uno de una falta, de un conjunto vacío.

Siguiendo la "NOTA sobre Teoría intuitiva de conjuntos" para la definición de conjuntos, tenemos que las cuatro fórmulas del 'Problema L' definen cuatro conjuntos por intensión, a través del predicado, son los cuatro axiomas. ¿Conjuntos de qué? Conjuntos de elementos, que son significantes 'x', que cumplen –o no- la función Φ como argumento, conforme a la modalidad formulada.

Sin embargo, estos conjuntos pueden no ser conjuntos cantorianos porque en el 'Problema L' los elementos pueden repetirse, incluido el conjunto vacío. Pero, hacemos constar, aunque del texto no se deduce, que entre estos cuatro hipotéticos conjuntos sí puede aplicarse el axioma de la Elección porque: es una colección numerable finita de conjuntos (4), cada uno es un conjunto NO vacío, y son disjuntos dos a dos[10].

¿Por qué son conjuntos disjuntos dos a dos? Porque, aunque se refieren a relaciones de orden diferente con la función de goce, se expresan con fórmulas de lógica modal equivalentes dos a dos. Dos numerables y dos no numerables.

Recordemos que Lacan define lo 'no numerable' como la 'imposibilidad de numerar' (142) que se traduce, en teoría de conjuntos, a la imposibilidad de construir una lista o colección que contenga, <u>al menos una vez</u>, todos los elementos

---

10 Ver: <https://es.wikipedia.org/wiki/Conjuntos_disjuntos>. En teoría de conjuntos, dos conjuntos son disjuntos si no tienen ningún elemento en común, o si su intersección es el conjunto vacío.

del conjunto. Y que entre estos pares de fórmulas se afirma el 'hiato de la indeterminación' (44).

Quiere decirse que es posible extraer –elegir- de cada uno de ellos un elemento 'x' para formar otro conjunto, y ese elemento 'x' NO es el conjunto vacío. La idea de esta operación se ilustra en la siguiente figura[11]:

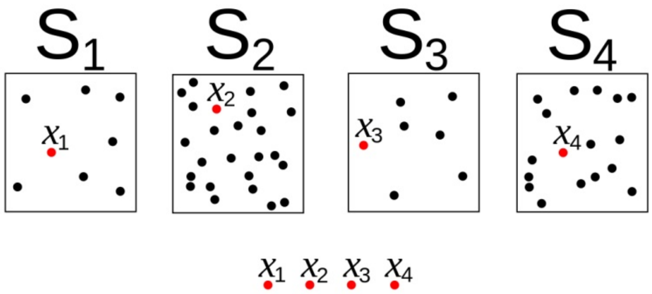


Figura 4. Representación del axioma de elección para el 'Problema L'

Si esto es correcto, la colección de los cuatro conjuntos, no vacíos, o incluso un infinito no numerable, debe tener una función de elección tal que reúne un elemento de cada conjunto para formar otro conjunto en el mismo dominio.

Aceptando esta producción, como representación ideal, la diferencia entre el axioma de Elección aplicada a los números naturales ℕ con la supuesta ahora aplicable al 'Problema L' consiste en que la elección en las colecciones de ℕ es arbitraria, mientras que en nuestro problema no lo es: **La elección NO es libre.**

Adelantamos que más adelante, en el capítulo "Teoría de las cuatro fórmulas", se completará y modificará esta definición, porque se concluirá "**que las cuatro inscripciones forman un conjunto**" y que, puesto que se trata de la inscripción del significante y el sujeto es el efecto de ésta, entonces: "**El conjunto no es otra cosa que el sujeto**" (201). Por tanto, estamos indagando, ahora, si es posible pensar en la elección del significante S_1, el que se inscribe, como ese efecto en el sujeto.

Sobre lo no numerable

Volviendo al texto, en las páginas de 157 a 162 desarrolla el problema de lo no numerable utilizando el triángulo aritmético, a través de sus diferentes aplicaciones, ahora leyendo las filas (en horizontal) tomando los números como

---

[11] Ver: <https://es.wikipedia.org/wiki/Axioma_de_elección>,<https://es.wikipedia.org/wiki/Axioma_de_elección_numerable>

representantes de partes de conjuntos (como cardinales). Es el método de aplicar la combinatoria de n elementos tomados de k en k (denotados por índices), donde cada número de cada fila del triángulo es un subconjunto.

Para generalizar, puesto que Lacan está buscando el método que proporcione la cardinalidad de un conjunto, utiliza el método de uso del triángulo con potencias en base 2, es lo que tenía previsto intentar ilustrar en la página (132).

Se pueden encontrar las potencias en base 2 de la forma 2^n (n pertenece a los números naturales ℕ) como las sumas sucesivas de los coeficientes de las filas, siendo *n* la fila en la que se encuentra la potencia 2^n que, a su vez, es el número de subconjuntos de cada fila o 'partes del conjunto' considerando cada fila como tal:

Potencia = suma de coeficientes = nº de subconjuntos

$$
\begin{array}{ll}
2^0 = 1 & = 1 \\
2^1 = 1 + 1 & = 2 \\
2^2 = 1 + 2 + 1 & = 4 \\
2^3 = 1 + 3 + 3 + 1 & = 8 \\
2^4 = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 & = 16 \\
\ldots & \\
2^{\aleph_0} = 1 + \ldots + \ldots + 1 & = \aleph_1
\end{array}
$$

La discusión se plantea en:

> (158) … debido a que la propiedad de reflexividad tal como es afectada al conjunto infinito, y que implica que le falte la inductividad característica de los conjuntos finitos, permite sin embargo escribir, según pude verlo en algunos lugares, **que la no numerabilidad de las partes del conjunto infinito se deduciría por inducción del hecho de que estas partes se escribirían como se escribe el conjunto infinito de los números enteros**, $2^{\aleph_0}$. Lo discuto porque hay cierto artificio, cuando se trata de las partes del conjunto, en tomarlas en su secuencia, cuya adición da en efecto 2^n.

Este párrafo puede ser confuso porque, como hemos visto, lo no numerable está ocasionado por tres posibles causas. Una de ellas se refiere a conjuntos cuyo cardinal es un número transfinito, en la definición de Cantor. Las otras dos causas se refieren a que hay elementos del conjunto que, al no cumplir función biyectiva, no se puede saber cuántos son (no existe sobreyectiva o no existe inyectiva). En estos casos, esa cantidad de elementos (que son subconjuntos o partes) no es necesariamente infinita, sino que no se puede saber.

El problema, en la teoría de conjuntos, es conocer de qué tipo de función no-biyectiva se trata. Pero el método combinatorio y el de potencias de base 2 (aunque el índice sea un cardinal aleph-0), ambos, producen subconjuntos numerables. La excepción a esta afirmación la veremos en el capítulo siguiente. En efecto, en este párrafo se está rectificando la idea de que la inducción sólo es aplicable a conjuntos finitos (158), aunque mantiene la preocupación por la casuística de los números grandes.

Siguiendo el método combinatorio, en las filas hasta n=4, los unos de la izquierda son en realidad el conjunto vacío (la reiteración de la falta, ¿lo real?), mientras que los de la derecha representan **el uno diferente** de cada fila, corresponde al **conjunto unitario** de los n elementos tomados de n en n.

La fila $\aleph_0$ comenzaría, igualmente, con el uno de la falta y terminaría con el uno de la combinación de $\aleph_0$ elementos tomados de $\aleph_0$ en $\aleph_0$. Referido a los números naturales ℕ. Lo que discute Lacan (158) se refiere a los números reales ℝ, donde Cantor conjetura que el cardinal infinito Aleph-1 de los números reales es el mismo que el siguiente a Aleph-0 ($\aleph_0$) de los números naturales. Volveremos a este problema en el capítulo siguiente, y sobre la hipótesis del continuo de Cantor.

Nuevamente, se destaca que, a través de las potencias en base 2, el comienzo del triángulo y de cada fila tienen el elemento '1', porque:

> (159) … cualquiera que sea el número, el exponente 0, en lo que concierne a la potencia, lo iguala a 1. Subrayo: un número cualquiera elevado a la potencia 1 es él mismo. Pero un número a la potencia -1 es su inverso. Entonces 1 es lo que aquí sirve de elemento pivote.
> En consecuencia, la partición del conjunto transfinito desemboca en esto. Si igualamos en esta ocasión $\aleph_0$ a 1, la sucesión de los números enteros no se sostiene en ninguna otra cosa más que en la reiteración del 1, lo cual parece admisible.

A continuación, en la preocupación por la presencia –reiterada- del conjunto vacío, persistente pero no central, recurre a los números figurados (161-162) hasta el poliedro de 5 vértices. Creemos que hay un error en la descripción de Lacan porque estos números no se construyen por filas del triángulo aritmético (NOTA sobre Números figurados). Aunque, en realidad, es prescindible para el método sistemático que requiere el conjunto vacío en cada fila del triángulo aritmético, si éste se utiliza para representar los conjuntos 'x' de argumentos (los subconjuntos o partes).

Es curioso que este problema de los números figurados haya sido la causa de este trabajo y, ahora, lo consideramos "prescindible" para comprender el 'Problema L'. Lo importante en el desarrollo de Lacan es que destaca la presencia constante del '1' (conjunto vacío).

Centrándonos en la solución del Uno como elemento de reiteración (repetición, recursividad), asimilado a la reiteración de la falta, puesto que este Uno representa al conjunto vacío:

> (162) En síntesis, conviene percatarse de que en la teoría de conjuntos todo elemento es equivalente. Y justamente así puede engendrarse la unidad. Distinto solo quiere decir diferencia radical, ya que nada puede parecerse. No hay especie. **Todo lo que se distingue del mismo modo es el mismo elemento.**

La definición "*Todo lo que se distingue del mismo modo es el mismo elemento*" es perfecta para denotar clases de elementos. Así:

- todos los '1' de la izquierda del triángulo son elementos (conjunto vacío) y a la vez elementos de la misma clase.

- los '1' de la derecha del triángulo son conjuntos unitarios pero, en este caso, formados cada uno con un número diferente de elementos. Recordemos:

> $\binom{n}{k}$ Representa cualquier subconjunto de n elementos tomados de k en k,
> y cuando n=k, se cumple $\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$

Ahora se describe que hay dos clases de "unos", aunque la redacción puede resultar algo confusa, atendiendo a la diferencia entre elementos y subconjuntos. Creemos que, si en lugar del desarrollo sobre los números figurados, Lacan hubiera tomado la aplicación del triángulo de Pascal a través de la teoría combinatoria, sería más fácil de entender el párrafo siguiente:

> (162) Al tomar el elemento sólo como pura diferencia, podemos verlo también como mismidad de esa diferencia. Quiero decir que, según ya estaba demostrado en la segunda línea, un elemento en la teoría de conjuntos es equivalente a un conjunto vacío, ya que el conjunto vacío también puede intervenir como elemento. Todo lo que se define como elemento es equivalente al conjunto vacío. Al tomarla como aislable y no captada en la inclusión conjuntista, si me permiten, que la volvería subconjunto, la mismidad de la diferencia absoluta es contada en calidad de tal.

Porque, lo que debe estar distinguiendo este párrafo es que en el triángulo, los '1' de la derecha son subconjuntos (no elementos), eso sí subconjuntos cuyo cardinal es unitario. Representan conceptos unitarios. Entre ellos se aplica la diferencia absoluta. En ellos sucede la mismidad de la diferencia absoluta. Así, entendemos lo que Lacan dirá a continuación:

> (162-163) La teoría analítica ve despuntar el Uno en dos de sus niveles. Primer nivel: el Uno es el Uno que se repite. Está en la base de una incidencia mayor en el hablar del analizante, que él denuncia por cierta repetición, teniendo en cuenta una estructura significante. Por otro lado, si se considera el esquema que di del discurso analítico, ¿qué se produce a partir del emplazamiento del sujeto en el nivel del goce de hablar? Lo que se produce en el piso denominado del plus-de-gozar es una producción significante, la del S_1. Otro nivel del Uno, cuya incidencia considero mi deber hacerles percibir.
>
> (163) **El Uno que está en juego en el S_1**, el que produce al sujeto -punto ideal, digamos, en el análisis-, **es, al contrario del que está en juego en la repetición, el Uno como Uno solo**. Es el Uno en la medida en que, cualquiera que sea la diferencia que exista -todas las diferencias que existen y que equivalen-, no hay más que una, que es la diferencia.

La clase de significantes que se repiten, *matematizados* en el Uno que se repite, se distingue del Uno de la diferencia, el **Uno solo**, que representa al significante inscrito (S_1). Si para el Uno de la repetición pensamos, por ejemplo, la clase de significantes R, debe denotarse otra clase de significantes, digamos S, que reúne el S_1.

¿Hemos de entender que el conjunto que contiene el S_1 es un conjunto unitario?

Es necesario realizar este ejercicio porque estas dos clases de equivalencia, aunque se representen con el '1' (en el triángulo aritmético) y con el término 'Uno' (por ser significantes) responden a operaciones diferentes: la repetición (significantes vacíos) y la diferencia (*el* significante).

En términos conjuntistas, la operación de repetición corresponde a la propiedad reflexiva (recursiva) y la operación de la diferencia corresponde a la propiedad de identidad.

En esta idea, en el 'Problema L', ¿cuáles de ellos son los no-numerables? Si más arriba se dijo que el significante corresponde al conjunto vacío, el de la falta (representable en los "1" de la izquierda del triángulo aritmético), éste significante es el que no cumple la función biyectiva, respecto a Φ, y sí la sobreyectiva por la repetición. ¿Puede ser éste el significante no numerable?

La otra clase de "unos", el Uno de la diferencia, representando a S_1, debe ser numerable en tanto cumpla la función biyectiva respecto a Φ en la fórmula correspondiente.

Entonces, el axioma de la Elección es posible para aquellos elementos (conceptos) de la clase UNO de la diferencia, en cualquiera de las cuatro fórmulas.

Así, el 'Uno solo' aparecerá como conjunto unitario en cualquiera de ellas y, en una situación ideal, en las cuatro fórmulas. Este conjunto nuevo ideal estaría formado por cuatro 'conjuntos unitarios'. Desde la posición del analizante, suponemos que esta operación es posible en el discurso analítico. O, mejor dicho, que de eso se trata.

Otra manera de entender lo no numerable, en el 'Problema L', atendiendo a la imposibilidad de numerar, apunta al cuantor $\neg\forall x$, que reúne el subconjunto de argumentos x (incluido el vacío) excluidos de una clase de equivalencia numerable (son los excluidos en la función inyectiva). Por esta inversión (vía negación del cuantor) se puede considerar un conjunto no numerable respecto de esos elementos, porque es imposible conocer su cardinalidad. Aunque se supone menor que la del conjunto formado por el cuantor universal, $\forall x$, no se puede saber. Es una consideración forzada, pero veremos si es válida en términos lacanianos.

4. La doble verdad. Inaccesibilidad y consistencia.

El saber sobre la verdad (165-176)

... Los cardinales inaccesibles

> (169) (...) Lo que yo quería decir, y en espera de que algo me retomara de ellos -era una interpelación-, era que, si se quita el Uno, todo ese edificio de los números -entiéndaselo como producto de una operación lógica, a saber, la que procede a partir de la posición del 0 y de la **definición del sucesor-** debería desprenderse de toda la cadena, hasta regresar a su punto de partida.
> Es curioso que yo necesitara convocar expresamente a alguien para reencontrar, por su boca, la pertinencia de lo que también enuncié la vez pasada, a saber, que esto implica no solo el Uno que se produce a partir del 0, sino otro. Lo señalé localizable como tal en la cadena a partir del pasaje de un número al otro cuando se trata de contar sus partes.

En este párrafo se concluye el problema del Uno derivado de la definición del sucesor (paso sucesor). Definición que procede, como hemos visto, de los axiomas de Peano para los números naturales, y que es condición *sine qua non* en la construcción de los sistemas recursivos, consistentes e incompletos de Gödel.

Más adelante se aborda el concepto de verdad y se proporcionan las claves para el 'Problema L', desde una perspectiva que nada tiene que ver con la libertad de elegir:

> (173) Hay un aspecto del saber sobre la verdad que cobra fuerza por descuidar totalmente su contenido.
> Esto permite espetar que la articulación significante es en tal medida su lugar y su hora, que la verdad no es más que esa articulación.
> Su mostración en el sentido pasivo adquiere un sentido activo y se impone como demostración al ser hablante, que lo único que puede hacer en esta ocasión es reconocer no solo que habita el significante, sino que no es nada más que su marca. La libertad de elegir sus propios axiomas, es decir, el punto de partida elegido para esta demostración, solo consiste en efecto en sufrir como sujeto las consecuencias, que no son libres.

Interesante párrafo éste que expone la posición conceptual respecto al significante como un activo del ser hablante, el significante condicionado en lugar y tiempo (hora), tal que el sujeto es la marca de su significante. Lacan se aplica a sí mismo este efecto respecto de los axiomas elegidos para resolver el 'Problema L'.

A continuación se aborda la noción de verdad desde la lógica matemática.

Primero, Lacan conoce las leyes de De Morgan (reglas de inferencia en lógica proposicional y álgebra de Boole), dos reglas de transformación que permiten la expresión de la conjunción y disyunción en términos de la negación. Estas reglas permiten operar bajo el principio de dualidad matemática (NOTA sobre De Morgan y dualidad matemática).

> (173) La verdad puede construirse a partir de 0 y 1 solamente. Esto se logró recién a comienzos del siglo pasado, en alguna parte entre Boole y **De Morgan**, con el surgimiento de la lógica matemática.

Estas reglas permiten operar bajo el principio de dualidad matemática y son fundamentales para entender la equivalencia lógica de las fórmulas vía negación (¬): En lógica, las funciones o relaciones A y B se consideran duales si $A(\neg x) = \neg B(x)$.

La dualidad básica de este tipo es la dualidad de los cuantificadores ∃ y ∀ de la lógica clásica. Estos dos conceptos son duales porque $\exists x\, \neg P(x)$ y $\neg \forall x\, P(x)$ son equivalentes para todos los predicados P en la lógica clásica: si existe un x para el cual P no puede afirmarse, entonces es falso que P sea válido para todos los x. Y se distingue de la operación inversa donde el inverso no se sostiene de manera constructiva, es contradictorio que: $\exists x\, P(x)$ y $\forall x\, \neg P(x)$.

Esta dualidad es por la que al inicio decíamos los pares de fórmulas equivalentes: Las particulares $(\exists x\, \neg \phi x)$ y $(\neg \forall x\, \phi x)$, y las universales $(\forall x\, \phi x)$ y $(\neg \exists\, x\, \neg \phi x)$

Segundo, Lacan conoce la implicación de la doble verdad, del razonamiento *modus ponens*, que aplica a la definición de Frege:

> (173) No hay que creer que 0 y 1 indiquen aquí la oposición entre la verdad y el error. Esta es la revelación que solo adquiere su valor nachträglich[12], por medio de Frege y de Cantor. ...
> Nada similar tiene el planteo, en lógica matemática, de esto: $(0 \rightarrow 1) \rightarrow 1$
> Que 0 implique 1 es una implicación calificable como 1, es decir, como verdadera. 0 tiene tanto valor verídico como 1, porque 0 no es la negación de la verdad 1, sino la verdad de la falta que consiste en que a 2 le falta 1. Esto quiere decir, en el plano de la verdad, que la verdad solo podría hablar al afirmarse, llegado el caso, como se hizo por siglos, **que es la doble verdad, pero jamás la verdad completa.** (173) ...
> El 0 se opone, única pero resueltamente, a tener una relación con 1 tal que 2 pueda resultar de ella. No es verdadero que -lo señalo mediante la barra que conviene- que, 0 implica 1, implique 2: $(0 \rightarrow 1) \rightarrow 2$

[12] Puede traducirse 'posteriormente'.

Se presenta aquí la argumentación del abandono de la tabla de verdad de la lógica clásica, por la doble verdad, 0, 1, donde cero implica al otro, 0 → 1. Es el razonamiento *modus ponens* (NOTA sobre el razonamiento *modus ponens*).

Lacan deduce que '1' es el símbolo que tiene un antecedente, '0', pero no el consecuente '2'. Porque 2 no se construye por la implicación sino por la suma de 1. El razonamiento no es válido para '2'. El símbolo '2' es el que comienza 'verdaderamente' la serie de números ordinales (naturales).

Lo minucioso de Lacan es reparar en este dato, al que llama inaccesibilidad del 2, por el cambio de razonamiento de la implicación (doble verdad) al 'paso sucesor'. Esta idea es un modo de definir un hiato método-lógico.

Si es así, el **hiato** se encuentra entre lo necesario y lo posible. Entre dos fórmulas: una que expresa la implicación 0 → 1, y la otra expresa la posibilidad de repetición, en la serie de números a partir del '2' por medio de la suma de '1'.

Inaccesibilidad

A continuación se ocupa de conjuntos infinitos, tal como anunció en el apartado anterior (157), para indagar ahora sobre la inaccesibilidad, recordando que se trata de conjuntos numerables.

> (175) Insisto. Lo que está en tela de juicio es lo que está en juego en cuanto a lo numerado. Es el Uno en más, en la medida en que se cuenta como tal en lo numerado, dentro del Aleph de sus partes, en cada pasaje de un número a su sucesor. Por contarse como tal a partir de la diferencia como propiedad, el Uno, que en calidad de $\aleph_0$ debe pasar por la prueba de lo numerable mediante la multiplicación que se expresa en la exponencial 2^{n-1} de las partes del conjunto superior de su bipartición, revela ser otro Uno. En efecto, lo que se constituye a partir del 1 y del 0 como inaccesibilidad del 2 sólo se entrega en el nivel del $\aleph_0$, es decir, el del infinito actual.
> Para terminar, haré que lo perciban bajo una forma completamente simple. Se trata de lo que puede decirse de una **propiedad** que sería la de la **accesibilidad**, en referencia a lo que ocurre con los enteros.
> Definámosla a partir de lo siguiente: un número es accesible si puede ser producido como suma o como potencia de números menores que él. A este título, el comienzo de los números verifica no ser accesible, exactamente hasta 2. La cosa nos interesa muy especialmente en cuanto a ese 2, pues de la relación del 1 con el 0 ya subrayé bastante que el 1 se engendra a partir de lo que el 0 marca como falta. (…)

El "Uno en más" se debe referir al "paso al límite". Esta operación equivale al "paso sucesor" de los conjuntos finitos, pero ahora aplicado a los conjuntos infinitos.

En ambos casos se aplica el método de inducción matemática pero con formulaciones diferentes, siempre sobre conjuntos bien ordenados. En la teoría de números, ambos "pasos" requieren la operación "+1".

Lacan rectificaba sobre la ordenación de los conjuntos (156) y sobre la inducción aplicada a la sucesión de números transfinitos como conjuntos (159). Así, el "paso al límite" asume también la ordenación entre conjuntos infinitos tratando su tamaño y comparando dos conjuntos infinitos para saber si uno es límite del otro, el mayor de los dos. Este método es el que utilizó Cantor para concluir que el infinito es contable, que existen diferentes infinitos (para los números naturales y para los números reales). Para diferenciarlos Cantor llamó "aleph-0" al infinito contable y "aleph-1" al siguiente infinito mayor. A estos nuevos "números", que sirven para medir el tamaño de conjuntos infinitos, los llamó números transfinitos.

Cuando Cantor define Aleph-0 ($\aleph_0$), un número transfinito mayor que cualquier número finito, que es el primer infinito contable, es también el mínimo número cardinal transfinito, el cardinal infinito más pequeño. Y se fundamenta en que: "Todo conjunto transfinito T tiene subconjuntos con el número cardinal $\aleph_0$."[13]

Por esta razón se puede entender la frase "*lo que se constituye a partir del 1 y del 0 como inaccesibilidad del 2 sólo se entrega en el nivel del* $\aleph_0$*, es decir, el del infinito actual."* Apunta a que, de la misma manera que todos los conjuntos finitos contienen el subconjunto vacío {0}, también, todos los conjuntos transfinitos tienen el subconjunto $\{\aleph_0\}$, o 'parte del conjunto'. Se hace equivaler los números naturales y los números transfinitos.

De la misma manera se reproduce la inaccesibilidad, en conjuntos finitos la inaccesibilidad del 2 por cambio de razonamiento lógico, y ¿para conjuntos infinitos? ...

Cantor construyó la posibilidad de la serie: $\aleph_0 < \aleph_1 < \aleph_2 <$..., donde la cardinalidad del segundo Aleph $\aleph_1$, siguiendo la hipótesis del continuo, se calcula así: $2^{\aleph_0} = \aleph_1$, donde $2^{\aleph_0}$ es el cardinal de los números naturales. Además, Cantor

[13] Páginas 15 y ss. En: *Georg Cantor. Contribuciones a la fundamentación de la teoría de los números transfinitos*. Facultad de Filosofía de la Universidad de Valencia (traducción al español y notas de Juan de Dios Bares y Juan Climent, 1997), disponible en <https://www.uv.es/jkliment/Documentos/Cantor95-97.pc.pdf>

plantea si este Aleph-1 es el mismo que el cardinal de los números reales, que representan los puntos de una recta, denotado por $\boldsymbol{c}$.

O sea que: $\aleph_0 < \aleph_1 \leq \boldsymbol{c}$

Lacan menciona la "existencia de otros alephs (...) en el nivel del continuo" (133) y pensamos que se refiere a este concepto, aunque en ese momento está indagando sobre la existencia.

¿Qué es la hipótesis del continuo? Que entre un transfinito y su siguiente NO hay otro número transfinito, es decir, que $\aleph_1 = \boldsymbol{c}$.

De la hipótesis del continuo Gödel demostró que no podía ser demostrada o refutada. Si en la teoría axiomática ZF se afirma cierta, más tarde Paul Cohen (1963) probó que su negación también es consistente con ZF[14].

Conforme al teorema de cardinales inaccesibles, o 2º Teorema de incompletitud de Gödel (NOTA sobre los Cardinales inaccesibles y el 2º Teorema de Gödel), cuyo resultado es que la existencia de un cardinal inaccesible es una proposición **indecidible**.

Un cardinal inaccesible es básicamente un cardinal límite, excluyendo el único caso concreto conocido, que es $\aleph_0$. La cuestión es que en un sistema ZFC (teoría axiomática que incluye el axioma de la elección) no puede demostrarse la existencia de un cardinal inaccesible, ya que de ella se deduciría la existencia de un modelo de la propia ZFC, lo cual está prohibido por el 2º teorema de incompletitud de Gödel (siempre que ZFC sea consistente).

El hiato, definido aquí como proposición indecidible, se encuentra después del único cardinal límite conocido ($\aleph_0$), entre el último cardinal límite y su consecuente, qué casualidad, entre $\aleph_0$ y $\aleph_1$, (dependiendo se considere cierta o falsa la hipótesis del continuo). De hecho, dice Lacan concretamente: "*Una observación de Gödel es aquí esclarecedora: el $\aleph_0$, o sea, el infinito actual, resulta realizar el mismo caso que el 1.*" (...) *Esto es precisamente lo que falla en el nivel del 1, y aquí se reproduce en el nivel del $\aleph_0$ esa falla de la accesibilidad.*" (176).

En consecuencia, pueden ser consistentes, tanto una teoría conjuntista que incluya la hipótesis del continuo como cierta, como otra teoría que la incluya como falsa[15].

---

14 Ver <https://es.wikipedia.org/wiki/Número_transfinito >

15 En la siguiente página se debate la hipótesis del continuo, los argumentos a favor y en contra, por investigaciones posteriores a los mencionados en este trabajo, actualizada en agosto de 2022: <https://es.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tesis_del_continuo>

Lacan advierte que desde el modelo de Cantor todos los números transfinitos son accesibles, pero conoce también la existencia de "algunos inaccesibles", aunque no indica los autores, pero entiende que por su existencia el sistema es consistente.

Y dos párrafos después, aquí en negrita, dice que (para el 'Problema L') basta con uno, y ése cardinal inaccesible lo sitúa en el hiato de la indeterminación:

> (176) De la construcción de Cantor resulta que no hay $\aleph$ que no pueda considerarse accesible a partir de $\aleph_0$
> No es menos cierto que, en opinión de quienes hicieron progresar esta dificultad de la teoría de conjuntos, solo si se supone que entre esos $\aleph$ hay algunos inaccesibles puede reintroducirse en los números enteros lo que denominaré la consistencia.
> Hoy debo dejar de lado esa suposición acerca de lo inaccesible que se produce en algún lado entre los $\aleph$, so reserva de retomar el tema, si este interesa a algunos, en un círculo más estrecho.
>
> Lo que está en juego, y aquello de donde partí, es apropiado para sugerirles la utilidad de que haya uno, para que ustedes puedan entender lo que ocurre con esa bipartición, fugitiva a cada instante, entre el hombre y la mujer.
> ¿Todo lo que no es hombre es mujer? Tenderíamos a admitirlo. Pero dado que la mujer es *no-todo*, ¿por qué todo lo que no es mujer sería hombre?
> Esta bipartición, la imposibilidad de aplicar el principio de contradicción en este asunto del género, **el que haga falta nada menos que admitir la inaccesibilidad de algo más allá del $\aleph_0$ para que haya consistencia** y que esté justificado decir que lo que no es 1 es 0 y que lo que no es 0 es 1, es lo que les indico que debe permitir al analista entender con algo más de profundidad que a través de las lentes del objeto a el efecto que se produce, el Uno que se crea a partir de un discurso que solo descansa en el fundamento del significante.

Consistencia

En estas últimas páginas (174, 175), sobre la inaccesibilidad del 2 y del cardinal inaccesible (176), se puede decir que encontramos las deducciones sobre dos hiatos.

Representan dos aspectos de <u>incompletud</u> del sistema recursivo, consistente e incompleto, tal como establecen los teoremas de Gödel (NOTA sobre definición de Consistencia). La propiedad "es consistente" se supone en la definición de un Sistema S, pero se refiere a que no es posible que en él se deduzca la formula lógica que afirme dicha propiedad. La existencia o no de los cardinales inaccesibles se refiere a la incompletud del Sistema S, cuando S se refiere al "paso al límite" en conjuntos infinitos mayores que *aleph0*. Porque supone una proposición indecidible. Consistencia e Incompletud son dos propiedades que actúan en el Sistema S de modo independiente: se formulan en teoremas derivados.

Siguiendo estos conceptos, para el 'Problema L', no puede haber formulación lógica que represente el hiato de indeterminación al que se le atribuye la propiedad 'inaccesibilidad', sino que este hiato supone una proposición indecidible.

Sin embargo, aunque incompletitud y consistencia son dos propiedades independientes, Lacan las entiende implicadas entre sí. Lo expresa en esta sentencia "*el que haga falta nada menos que admitir la inaccesibilidad de algo más allá del $\aleph_0$ para que haya consistencia*".

Parece decir, si el Sistema es recursivo: es consistente porque es incompleto. Pero, porque exista una proposición indecidible, esto es, que sea Incompleto, no implica que sea Consistente.

Su razonamiento para entender la consistencia, se resume en tres condiciones necesarias y suficientes para encontrar los efectos (en el significante) producidos por el objeto **a**:

- no hay contradicción en la bipartición por género de las fórmulas

- la doble verdad [0,1]

- hay al menos un inaccesible.

Como aproximación al 'Problema L' en este punto, proponemos anotar que, estando las fórmulas ordenadas en dos pares, la doble verdad opera en dos de ellas y lo inaccesible opera en las otras dos. Si esta interpretación del texto es correcta, estas condiciones operan con este orden, tanto en lo numerable como en lo no numerable:

a) La doble verdad opera en lo necesario y en lo contingente
b) Lo inaccesible opera en lo posible y en lo imposible, en tanto universales

Lo acotado en las páginas (175-176) puede sugerir también que se está pensando ¿una metáfora respecto a la inaccesibilidad entre los órdenes hombre-mujer?, recordemos, esta inaccesibilidad situada en el hiato de la indeterminación, como se indicó en la página (44).

Veremos en el capítulo siguiente si las características de los supuestos cuatro axiomas (términos o conjuntos), reunidas en este cuadro, son correctas conforme al recorrido teórico realizado:

<table>
<tr><td>$\exists x \neg \phi x$
Lo necesario
Numerable, doble verdad</td><td rowspan="2">Hiato de la indeterminación
Inaccesibilidad
(no contradicción)</td><td>$\neg \exists x \neg \phi x$
Lo imposible ≡ lo Real
No numerable, inaccesible</td></tr>
<tr><td>$\forall x \phi x$
Lo posible
Numerable, inaccesibilidad del '2'</td><td>$\neg \forall x \phi x$
Lo contingente
No numerable, doble verdad</td></tr>
</table>

Figura 5. Características de los supuestos conjuntos en cada fórmula.

5. Los hiatos

Teoría de las cuatro fórmulas (189-205)

Llegados a este punto, puede entenderse que la formulación expuesta no proporciona ningún método que permita capturar el Uno. El analista se enfrenta solo (en soledad) a esta circunstancia. ¿A qué Uno se refiere?: "**el Uno que se crea a partir de un discurso que solo descansa en el fundamento del significante**" (176).

Sin embargo, nos interesa no tanto llegar a esta dificultad sino, como dijimos al principio, poder ubicar los cuatro hiatos en la dinámica de las cuatro fórmulas respecto de los cuatro operadores modales (necesario, posible, contingente, imposible). Tratamos de entender el esquema de la página 203, que desarrolla desde la página 198.

Quizá es oportuno recordar que, un poco antes, reafirmando el capítulo anterior, Lacan resume la posición directriz del problema:

> (191) Aquí sólo hablo del saber, y subrayo que no se trata de la verdad sobre el saber, sino del saber sobre la verdad. El saber sobre la verdad se articula a partir de la punta de lo que propongo este año sobre el *Haiuno. Haiuno* y nada más, pero es un Uno muy particular, **el que separa el Uno de dos**, y es un abismo. Repito: la verdad solo puede semidecirse.

Para entrar en materia sobre 'la verdad', poco después, hace referencia a la tabla de verdad de Peirce (NOTA sobre modelo de tabla de verdad) que Lacan utiliza sobre los axiomas:

> (195) Por mi parte, no encontré nada mejor que lo que denomino **matema** para abordar algo concerniente al saber sobre la verdad, ya que en el psicoanálisis logramos en suma darle un alcance profesional.
> Es mucho mejor cuando es Peirce quien se ocupa de eso e introduce las funciones 0 y 1 para designar los dos valores de verdad. Él no se imagina, en contrapartida, que podamos escribir V mayúscula o F mayúscula para designar la verdad y lo falso.

Lo que ocurre después de este párrafo (195) se puede resumir en la toma de dos decisiones principales: por una parte elige el trabajo de Cantor como el más adecuado al 'Problema L' (196-197, 200-201), y por otro, la insistencia sobre el requisito de que las cuatro fórmulas actúan interrelacionadas.

Respecto a la convicción sobre el trabajo de Cantor baste recordar el siguiente párrafo:

> (197) No voy a contarles toda la historia del número. Hay cierto asunto de √-1 que después, no se sabe por qué, se llamó *imaginario.* Nada hay menos imaginario que √-1 según pudo probarlo lo que vino después, ya que de allí surgió el número complejo[16], es decir, una de las cosas más útiles y fecundas que se hayan creado en matemáticas. En síntesis, cuantas más objeciones se hacen a esa entrada a través del Uno, es decir, a través del número entero, más se demuestra que en matemáticas justamente a partir de lo imposible se engendra lo real. Por el hecho de que, a través de Cantor, haya podido engendrarse algo que es nada menos que toda la obra de Russell, y muchísimos otros puntos que fueron enormemente fecundos en la teoría de funciones, es seguro que, con respecto a lo real, Cantor es quien está en el camino recto de lo que está en juego.

Más adelante, consciente de que la fórmula más compleja de entender, porque está implicada con lo 'no numerable', leemos sobre un episodio legendario (NOTA sobre la leyenda de las Once mil vírgenes):

> (201) Partimos entonces pura y simplemente de un supuesto. Al respecto, como lo hacen en el libro *Cantor a tort,* se acusará muy fácilmente a Cantor de haber forjado un círculo vicioso. Pero un círculo vicioso, amigos míos, ¿por qué no? Cuanto más vicioso es un círculo, más divertido es, sobre todo si de él podemos extraer algo como ese bicho denominado no numerable, que es en efecto una de las cosas más eminentes, más astutas, más adheridas a lo real del número, que se inventaran jamás. Las Once Mil Vírgenes, como dice *La leyenda dorada,* es un modo de expresar **lo no numerable**. Porque once mil, ustedes comprenden, es una cifra enorme, sobre todo para vírgenes, y no solo para los tiempos que corren.

---

[16] Los números complejos ℂ son una extensión de los números reales ℝ y forman un cuerpo algebraicamente cerrado. Entre ambos conjuntos de números se cumple que $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$, es decir, ℝ está estrictamente contenido en ℂ. Los números complejos incluyen todas las raíces de los polinomios, a diferencia de los reales. Todo número complejo puede representarse como la suma de un número real y un número imaginario (que es un múltiplo real de la unidad imaginaria, que se indica con la letra i, o en forma polar). Un número imaginario es un número complejo cuya parte real es igual a cero. En general un número imaginario es de la forma $z = yi$, donde y es un número real, i = √-1. Cuando y=0, el número complejo se reduce al número imaginario. Los números reales se representan en el eje de coordenadas horizontal y los números imaginarios en el eje vertical. Ver < https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_complejo >.

Respecto al requisito fundamental sobre la teoría de las cuatro fórmulas, no se puede abordar este problema sino por la interoperabilidad de los cuatro modos. Se refiere a la inscripción del significante:

> (198) ∃x ¬ϕx, existe un *x* tal que lo que hay como sujeto determinable por medio de la función que domina la relación sexual, a saber, la función fálica, dice no a esa función. Ven ya que la cuestión de la existencia está enlazada a un decir, un *decir no.* Diría aún más, un *decir que no.* Esto es capital, y nos indica el punto justo en que debe tomarse, para nuestra formación de analistas, lo que enuncia la teoría de conjuntos*: hay al menos uno que dice que no.*
> Pero esta es una referencia que no se sostiene ni siquiera un instante, que de ningún modo es enseñante ni enseñable, si no la conjugamos con la inscripción cuantificadora de los cuatro términos.

Y seguido:

> (198) El cuantor llamado universal, ∀x ϕx, es el punto desde el cual puede decirse, como se lo enuncia en la doctrina freudiana, que no hay deseo, libido -es lo mismo-, que no sea masculino. Es un error, pero que tiene todo su valor de referencia.
> ¬∃x¬ϕx, no existe esa *x* que diga que no es verdadero que la función fálica sea lo que domina la relación sexual.
> Por otra parte, en un nivel complementario, debemos escribir –no digo que podamos hacerlo- ¬∀x ϕx, la función del *no-todo* como esencial en cierto tipo de relación con la función fálica en la medida en que ésta fundaría la relación sexual.
> He aquí lo que hace, de estas cuatro inscripciones, un conjunto. ...

Así, por fin, se concluye "**que las cuatros inscripciones forman un conjunto**" y que, puesto que se trata de la inscripción del significante y el sujeto es el efecto de ésta, entonces: "**El conjunto no es otra cosa que el sujeto**". Transcribimos el párrafo completo:

> (201) En la medida en que el modo de pensamiento es, si me permiten, subvertido por la falta de relación sexual, solo pensamos por medio del Uno. Lo universal es lo que resulta del envolvimiento de cierto campo por parte de algo que es del orden del Uno, salvo que **se trata del sujeto, que se anota S tachado y se define como el efecto de significante, dicho de otro modo, lo que representa un significante para otro significante.**
> Esa definición, en la que, ¡ay!, tengo algo que ver, es la verdadera significación de la noción matemática de conjunto. Las personas menos indicadas para poner al día lo tocante al sujeto lo necesitaron, si cabe decirlo, en cierto momento crucial de la historia. **El conjunto no es otra cosa que el sujeto**. Precisamente por eso no cabría siquiera manipularlo sin la adición del conjunto vacío.

Dicho esto, es obvio que nuestra pregunta inicial, si cabe pensar que ϕ es diferente entre los órdenes (masculino y femenino), la respuesta, ahora con conocimiento de causa, es negativa. El problema está en el significante, en 'x', como argumento. Veremos ahora el caso que se considera, digamos, más complicado, el *no-todo*.

Interpretación del *no-todo*

Revisamos primero que al comienzo del curso se avisó de este *no-todo* **esencial**:

> (14) La introducción del no-todo es aquí esencial. El no-todo no es esa universal negada. El no-todo no es ninguno,…
>
> (20) Hoy, en el curso de este primer abordaje, solo me encontré con el enunciado del no-todo. Creí haberlo aislado para ustedes ya el año pasado al escribir muy precisamente ¬∀x junto a la función ϕx, que dejo aquí totalmente enigmática. No es la función de la relación sexual, sino la que toma imposible el acceso a ella. Hay que definirla este año…
>
> (22) Nuestro no-todo es la discordancia.
>
> (35) Esta articulación de los cuantores nos permite plantear la función del no-todo -algo que jamás se hizo en la lógica de los cuantores, y que yo hago pues considero que puede ser muy fructífero para nosotros. Hay un conjunto de esos significantes que suple a la función del sexuado en lo tocante al goce en un lugar donde lo que funciona en la función de la castración es no todos.
>
> (44) ¿Qué es ese no-todas? Es lo que merece ser interrogado como estructura. En efecto, al contrario de la función de la particular negativa, a saber, que algunas de ellas no lo están, es imposible extraer del no-todas una afirmación semejante. Está reservado al no-todas indicar que en alguna parte la mujer tiene relación con la función fálica, y nada más.
>
> (46) El no-todas quiere decir, como ocurría recién en la columna de la izquierda, lo no imposible. No es imposible que la mujer conozca la función fálica.

Y también, que sobre la función de goce en el orden femenino es **esencialmente dual**:

> (54) Lo ingenioso de la significación del falo es que el falo denota el poder de significación.
> Esa ϕx no es entonces una función del tipo ordinario. A condición de servirse, para articularla, de un prosdiorismo, o sea de algo que no necesita tener de entrada sentido alguno y que es a su vez producto de la búsqueda de la

> necesidad lógica y nada más, el argumento de la función así señalada adquirirá significación de hombre o de mujer según el prosdiorismo elegido, es decir, ya sea el existe o el no existe, ya sea el todo o el no-todo.
>
> (101) La mujer es no toda porque su goce es dual. Eso es justamente lo que reveló Tiresias[17] cuando se recuperó tras haber sido, por la gracia de Zeus, Teresa por un tiempo, naturalmente con la consecuencia que sabemos. Esta consecuencia está como desplegada, si me permiten, visible -digámoslo- en Edipo.
>
> (106-107) Cualquiera que sea el caso, en efecto, la mujer no está mejor asegurada en su esencia universal por la simple razón de que esto -no hay x que responda a la función ϕx negada- es lo contrario del límite. El hecho de que no haya excepción no asegura mejor el universal de la mujer, ya tan mal establecido por ser discordante. Muy lejos de dar una consistencia a algún todo, el sin excepción la brinda menos aún, naturalmente, a lo que se define como no-todo, como esencialmente dual.

Después de este recorrido, la clave puede estar resumida en el siguiente párrafo:

> (202) El *no-todo* no resulta de que nada lo limite, ya que el límite se sitúa allí de otro modo. Al contrario de la inclusión en $\exists x\ \neg\phi x$ de la existencia del Padre cuyo *decir que no* lo sitúa en relación con la función fálica, en la posición de la mujer con respecto a la función fálica -en la medida en que en $\neg\ \exists x\ \neg\phi x$ está el vacío, la falta, la ausencia de cualquier cosa que niegue la función fálica- solo hay *no-todo.* Ella es en efecto *no toda.* Esto no significa que ella niegue esa función, bajo ningún punto de vista.

Conjugando entonces, lo esencial dual del no-todo, el orden femenino de relación con ϕx tiene dos vertientes igualmente 'verdaderas', o válidas, a saber: 1) que no la niega y 2) la discrepa. La temporalidad de estos dos estados son lo real y lo contingente. Ambas posiciones avisan de la noción 'lo indecidible' que aparece a continuación.

---

[17] "Hesíodo afirma que Tiresias, al ver cerca de Cilene copulando a unas serpientes y herirlas, se convirtió de hombre en mujer y que al ver de nuevo a las mismas serpientes copulando, retornó a ser hombre. Por eso precisamente, una vez que Zeus y Hera disputaban sobre si correspondía a los hombres o a las mujeres gozar más en el acto sexual, lo eligieron como árbitro. (…) Y por eso Hera lo cegó mientras Zeus le otorgó las dotes adivinatorias. Esto es lo que Tiresias dijo a Zeus y Hera: De una sola de las diez partes goza el hombre, mientras que la mujer se sacia de las diez, deleitando su espíritu". En *Apolodoro. Biblioteca mitológica*. Alianza Editorial, Madrid, 1993. Libro III, pp.164-165.

Los hiatos son separadores

Comenzamos en la página (39), cuando Lacan definía el hiato irreductible como lo real. En la página (43) definió hiato irreductible para el discurso analítico: "…el que hay entre el significante y su denotación" (su inscripción). Entonces, lo llamamos 'hiato psicoanalítico'.

En la página (103) defiende que es posible relacionar el lenguaje fundado en la no relación sexual con el número. Y es la primera mención de que existen 'brechas' (hiatos), entre 0 y 1 (donde sucede la doble verdad), y entre el 1 y el 2, que quizá podrán entenderse mejor ahora:

> (103-104) La relación con el número es accesible para el lenguaje si este está fundado en la no relación sexual. Pero que no pueda cotejar el cero y el uno encuentra fácilmente su reflejo en la elaboración que Frege hace de la génesis lógica de los números. Les indiqué lo que dificulta esa génesis lógica, a saber, **la brecha entre el cero y el uno**, que les subrayé con el triángulo matemático, brecha que redobla su oposición por enfrentamiento. Que aquí esté la esencia de la primera pareja, que no rija para un tercero, **y que la brecha como tal sea siempre del dos**, es algo esencial que ha de recordarse debido a algo mucho más peligroso de dejar subsistir en el análisis que las aventuras míticas del Padre primordial. En sí mismas, estas no presentan inconveniente alguno, en la medida en que estructuran admirablemente la necesidad de que haya en algún lado al menos uno que trascienda lo tocante a la captura de la función fálica. Esto está suficientemente expresado allí como para que podamos usarlo con comodidad, además de que lo vemos confirmado por la estructuración lógica de lo que está inscripto en el pizarrón. En cambio, nada es más peligroso que las confusiones que atañen al Uno.

En la página (142), en paralelo a los innumerables métodos de acceder a números enteros (paso a sucesor), así también el Uno representa el vínculo con lo real, en todas las maneras posibles y recurrentes de aparecer. Parece estar diciendo que si el Uno representa lo real que aparece, es imposible que no aparezca.

En la página (175) se ocupa de la inaccesibilidad del 2 (respecto al 0 y 1) y define 'accesibilidad' en los números a partir del 2, que ya sabemos se refiere a que 'lo posible' lo es en relación a 'lo necesario'. Y en la (176), aparece de nuevo la inaccesibilidad, ahora entre lo no numerable y los números grandes, entre 'lo contingente' y 'lo imposible'. Por supuesto, entre estas dos localizaciones de la inaccesibilidad rige el hiato de la indeterminación, definiendo dos órdenes distintos en relación a ϕ.

Se aborda, ahora sí, el concepto de hiato nombrado 'brecha' y asimilado –no en cada uno de los cuatro términos- sino entre ellos: lo que los separa. Se nos presentan por tres criterios: lógico, matemático y psicoanalítico:

> (202-203) (…) **me queda por denotar la brecha que separa cada uno de esos términos en la medida en que son enunciados**, punto capital en cierto número de temas que cristalizan y que fuerzo para ustedes al final del año.
>
> Entre el *existe,* ∃x ¬ϕx*,* y el *no existe,* ¬ ∃x ¬ϕx*,* no debemos chapurrear: la brecha es la **existencia**.
> Entre el *existe uno que es,* ∃x ¬ϕx, y el *no hay ninguno que no sea,* ∀x ϕx*,* está la **contradicción**. Cuando Aristóteles presenta las proposiciones particulares para oponerlas a las universales, instituye la contradicción entre una particular positiva con respecto a una universal negativa. Aquí es lo contrario, la particular es negativa, y la universal, positiva.
> Entre ese ¬∀x ϕx, que es la negación de cualquier universalidad, y la universalidad del ¬ ∃x ¬ϕx*,* tenemos **lo indecidible**.
> Entre los dos ∀x, ∀x ϕx y ¬∀x ϕx*,* cuya situación no es simple, según toda nuestra experiencia nos lo muestra suficientemente, está en juego lo que denominaremos **falta**, falla, deseo. **Para ser más rigurosos, lo denominaremos objeto *a.***
>
> Ahora es cuestión de saber cómo, en medio de todo eso, funciona algo que podría parecerse a una circulación. Para ello, hay que interrogarse acerca del modo en que se plantean esos cuatro términos.

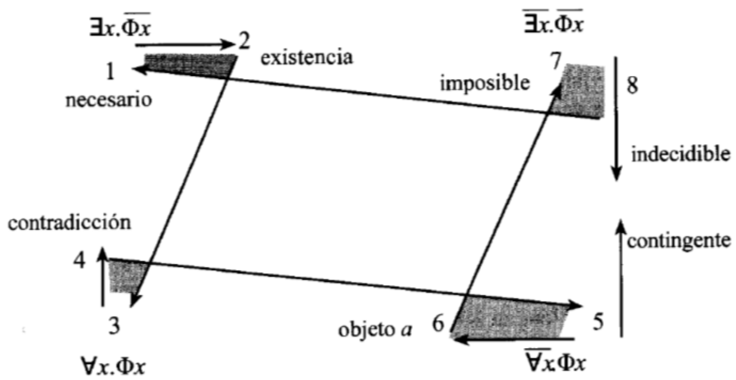


Figura 6. Esquema de la página 203

Por último:

> (205) Quiero finalizar de una vez.
> En cuanto a lo que necesita la existencia, **partimos de la brecha de lo indecidible**, entre el no-todo y el ni-una [pas-une]. Después, eso lleva a la existencia. De ahí, al hecho de que todos los hombres están sometidos a la castración. Eso lleva a lo posible, pues lo universal nunca es otra cosa. Cuando

> ustedes dicen que todos los hombres son mamíferos, eso quiere decir que todos los hombres posibles pueden serlo. Y después, ¿adónde lleva? Lleva al objeto *a*. **Con el objeto *a* estamos en relación**. Y después, ¿adónde va? Conduce adonde la mujer se distingue por no ser unificante. No queda más que completar aquí para ir hacia la contradicción y regresar al no-todas, que en suma no es otra cosa que la expresión de la contingencia.
> Como ya lo señalé oportunamente, la alternancia entre la necesidad, lo contingente, lo posible y lo imposible no tiene el orden que da Aristóteles, ya que aquí lo que está en juego es lo imposible, es decir, a fin de cuentas, lo real.

Hacemos el ejercicio de describir esta circulación que, curiosamente, no comienza con la existencia sino con lo indecidible. Destacamos (en gris claro) los separadores que pueden tener correspondencia en el dominio de los números. El hiato de la indeterminación se entiende separador permanente, así como la constante *Objeto a* que circula, le hace circular al sujeto, por las cuatro posiciones.

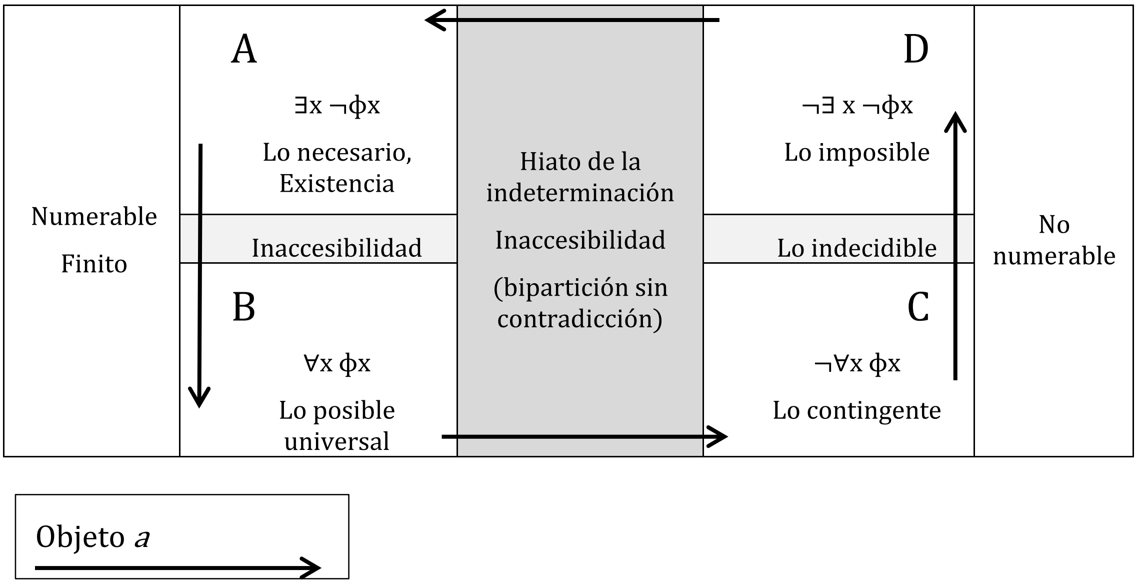


Figura 7. Esquema de las cuatro fórmulas y los hiatos

Respecto a la relación con el número, indagada a lo largo del seminario, si consideramos los cuatro términos como axiomas del 'Problema L', éstos se definen en fórmulas «satisfactorias» si hay asignaciones a la variable 'x' que las hacen verdaderas, y son fórmulas válidas si cada asignación a la variable 'x' la hacen verdadera. Estas definiciones son correctas siempre y cuando 'x' es una variable no libre. Con esta condición, la posible relación de los hiatos con la clase de número representado en cada fórmula, se puede concretar. En el orden de lo numerable:

A) $\exists x \neg \phi x$, Lo necesario, el axioma primitivo, puede representarse por la (doble) construcción del '1' que incluye 0, el conjunto vacío y el conjunto unitario.

B) $\forall x\ \phi x$, Lo posible, la repetición, puede representarse por la serie resultante de aplicar ‘+1’, a partir del 2, incluye el ‘1’ de la mismidad, el conjunto vacío.

Hiato entre A y B: es la no implicación de $(0 \rightarrow 1)$ a ‘2’, significa que no hay ‘paso al sucesor’. (Lacan lo llama ‘abismo’)

En el orden de lo no numerable:

C) $\neg\forall x\ \phi x$, Lo contingente (no imposible) debe representarse por lo imposible de numerar, con la doble verdad de no negar y discrepar, incluye los argumentos ‘x’ excluidos de una relación en la función ϕ de tipo inyectivo o no sobreyectivo.

D) $\neg\exists x\ \neg\phi x$, Lo imposible, podría ser representado por la localización de un cardinal inaccesible, si lo hubiera (lo indecidible).

Hiato entre C y D: entre la imposibilidad de numerar y la imposibilidad de acceder, representado en que si hay ‘paso al límite’ en $\aleph_0 \rightarrow \aleph_1$, no se puede saber.

Respecto a los hiatos que no son matematizables, no tienen representación posible numérica, recuperamos la definición primera de hiato irreductible, entre el significante y su denotación, de manera que éste es el denominador común a todos los hiatos, siempre en relación a esa ‘x’ como argumento de la función ϕ.

Pero la denotación, cuando el significante S_1 se inscribe, se puede representar con lo denominado Uno de la diferencia, o también el Uno sólo o Hayuno, en cualquiera de los conjuntos definidos por los cuatro términos. En números, este ‘hiato psicoanalítico’, que opera en las cuatro fórmulas, cesa temporalmente en la aparición de ese Uno sólo, en la modalidad lógico-temporal en que suceda.

Entendemos también, que el hiato irreductible es constituyente. Quiere decir, que vuelve a regir la producción de significantes cuando el efecto del Uno sólo desaparece.

Por su parte, el hiato de la indeterminación también es un separador persistente sin representación numérica. Posiblemente más complejo de entender. No cesa aun cuando el ‘objeto *a*’ produce el *saber* momentáneo de que ‘estamos en relación’, como dice Lacan.

Corolario

En la relación entre uno y otro sexo, el otro sexo, el del *partenaire*, siempre está en $\neg\forall x\ \phi x$.

Por más que un sexo quiera someter al otro a la función $\forall x\ \phi x$, siempre habrá en el otro sexo algo que no se rige por ϕx. Por eso $\neg\forall x\ \phi x$, "no todo en x se rige por ϕx". Es en este sentido que entiendo la formulación de Lacan de que el sexo del *partenaire* siempre es el otro sexo, pues un sexo, por más que se lo proponga, jamás logrará que todo en la x (que es el *partenaire*) esté sometido a la formulación ϕx. Por eso, siempre está presente (entre dos seres sexuados) la diferencia entre $\forall x$ y $\neg\forall x$.

Lo que caracterizamos como un sexo, siempre va a "por todas", a por todas las partes del otro para hacer con ellas un todo, es decir, un ser totalmente regido por la ley, ϕx, pero esa ley es la de uno, y la que uno quiere imponerle al otro.

No hay manera de que, a la hora de poner en juego la sexuación, los dos seres se rijan por una misma identidad sexual. Por el mero hecho de que un ser sexuado se confronte con otro ser sexuado, cualquiera sea la identidad sexual anatómica y psíquica de ambos, siempre se confrontarán dos funciones (vulgarmente llamadas "sexos"): $\forall x$ y $\neg\forall x$ son los cuantores que las especifican, $\forall x\ \phi x$ / $\neg\forall x\ \phi x$

Lo particular que universalmente comparten uno y otro sexo es la función ϕx. Pero al entrar en juego el argumento x, se introduce la singularidad de la x, por lo cual $x \neq x$.

Por ello, cuando formulo la ley "para todo x", quiero decir que todo en esa x se rige por ϕx, pero en la otra x, la que corresponde a la diferencia entre x y x, necesariamente queda algo que no responde a la ley, algo indeterminado e indeterminable: $\neg\forall x\ \phi x$.

Esa necesidad de la diferencia (una necesidad lógica que impone al otro sexo como $\neg\forall x$) puede formularse de múltiples maneras. El error humano es creer que, por ser miembros de la especie animal, esa diferencia es entre macho y hembra, cuando en realidad es entre uno y otro sexo, es decir, cada vez que dos seres humanos se confronten sexualmente.

Sean lo que sean y se crean lo que se crean.

Adenda arqueológica

Cuatro veces es mencionado "Tótem y Tabú" en el Seminario 19, dos al inicio y dos al final. Está comentado en la charla sobre las cuatro fórmulas donde nos convoca a revisarlo.

En *Totem and tabu* Sigmund Freud, 1913, comparaba, como dice el subtítulo de la obra "Algunos aspectos comunes entre la vida mental del hombre primitivo y los neuróticos". Elabora la hipótesis de que el sistema totémico, por sus dos prohibiciones principales, matar al tótem y la exogamia, coincide con los crímenes de Edipo y "dos deseos primitivos del niño, cuyo renacimiento o insuficiente represión forman quizá el nódulo de todas las neurosis" (Freud, 1980: 172).

Claude Lévi-Strauss en *Totemisme aujourd'hui* de 1962 (traducido al español, *El totemismo en la actualidad,* 1965 [1971]), analiza y revisa, a partir de los estudios etnográficos, variaciones, errores y desviaciones del uso del totemismo desde la obra Freud. Deja claro que la exogamia no es ni causa ni objetivo del totemismo. También es inexacto que el totemismo, junto con la creencia en la descendencia del animal totémico y la prohibición (tabú) de comer el animal-tótem, tenga categoría de universal. De ahí que el autor describe la definición primera, basada en James Frazer[18], como "la ilusión totémica". Frazer asoció la figura tótem a la representación del padre asumiendo que "los salvajes" desconocían el papel del hombre en la concepción (la paternidad fisiológica). Además, en las tres primeras décadas del siglo XX, en vida de Freud, se conocieron variantes del sistema totémico con reglas diferentes (totemismo individual, sexual, clánico, local, concepcional, "de sueño"). El tótem puede ser animal (salvaje o doméstico), vegetal o cosa. Un ejemplo de su complejidad es que hijos de los mismos padres pueden pertenecer a tótem diferentes.

Desde el punto de vista antropológico el concepto de totemismo utilizado por Freud suponía un riesgo que, desde el punto de vista científico, podía ser fatal. Y Freud lo sabía, en la nota 2 de *El retorno infantil del totemismo*[19], muestra conocer las dificultades sobre la "verdad del saber sobre el totemismo" en ese momento porque las describe muy bien:

---

[18] J. G. Frazer, « Totemism and Exogamy. A Treatise on Certain Early Forms of Superstition and Society », vol. I, St. Martin's Street, London, 1910, 4 vol. Digitalized by the Internet Archive in 2015. Reprinted from the First Edition, Edinburgh, 1887. "The Golden Bough", 1890, 2 vol.

[19] S. Freud, *Tótem y tabú*, Alianza editorial, Madrid, 1980.

Nota 2: "Creemos conveniente advertir de antemano a nuestros lectores las dificultades con las que se ha de luchar cuando se intenta obtener una certidumbre en estas materias. En primer lugar, las personas que recogen las observaciones no son las mismas que las elaboran y las discuten, pues las primeras con viajeros y misioneros, y las segundas, sabios que no han visto quizá jamás los objetos de sus investigaciones. No es fácil, además, entenderse con los salvajes. Muchos observadores no se hallan familiarizados con los idiomas de los mismos y se ven obligados a recurrir a intérpretes o a servirse del idioma auxiliar (*piggin-englisch*). Por otro lado, los salvajes no son muy comunicativos cuando se trata de las cuestiones más íntimas de su cultura y no se confían sino a los extranjeros que han vivido mucho tiempo entre ellos. Fundándose en diversas razones (véase Frazer, *The beginnings of religión and totemism among the australian aborigines*, 1905; *Totemism and exogamy*, I: 159), dan con frecuencia informaciones falsas y erróneas. No hay que olvidar tampoco que los pueblos primitivos, lejos de ser pueblos jóvenes, son tan viejos como los más civilizados, y no debe esperarse que sus ideas e instituciones primitivas se hayan conservado intactas y sin la menor deformación hasta nuestros días. Es, por lo tanto, de suponer que en los primitivos se han producido profundos cambios en todas direcciones, siendo así imposible determinar lo que en sus estados y opiniones actuales representa una petrificación de un pasado primitivo y lo que no es sino una deformación y una modificación de tal pasado. De aquí las interminables discusiones surgidas entre los autores sobre lo que en las particularidades de una cultura primitiva debe ser considerado como primario y lo que no es sino una formación secundaria. La determinación del estado primitivo sigue siendo, de este modo, una cuestión de construcción. Por último, no es fácil infundirse en la mentalidad del primitivo. Nuestro concepto del mismo es siempre tan erróneo como el que nos formamos de la vida infantil, pues nos inclinamos a interpretar sus actos y sentimientos conforme a nuestras propias constelaciones psíquicas." (Freud, 1980: 217-218)

Freud planteaba la sustitución del animal totémico por el padre, el sistema totémico como una solución primitiva capaz de contrarrestar o disminuir problemas como el complejo de Edipo y otros. Además elabora la tesis de que este sistema sustenta una particularidad propia que forma parte de la 'religión totémica' y ésta es la comida totémica. La prohibición de matar al tótem se fundamenta en la prohibición de comerlo, pero ésta se suspende, como excepción, vinculada a un ritual. Freud recoge el acto de la comida totémica a partir del trabajo de Robertson Smith, "Religion of the semites" de 1899, que expone la ceremonia del sacrificio de un camello conocida en beduinos del desierto del Sinaí en el siglo V, interpretada como la versión del sacrificio de los antiguos semitas derivada de la comida totémica (Freud, 1980: 173). Este es el arranque para su elaboración del paso de la horda primitiva a la sociedad patriarcal monoteísta en la tradición semita.

Según Lévi-Strauss, el primer crítico sobre la relación entre el tótem y asesinato del padre fue Kroeber[20], que aceptó más tarde en alguna medida la supuesta identificación del tótem con el padre ancestral:

> "Si Freud renunciaba, como parece haberlo hecho, a considerar el asesinato del padre como un acontecimiento histórico, podríamos verlo como expresión simbólica de una virtualidad recurrente: modelo genérico e intemporal de actitudes psicológicas implícitas en fenómenos e instituciones que se repiten, tales como el totemismo y los tabúes (Kroeber, 1952, p. 306)."

Y Lévi-Strauss añade:

> "Pero la verdadera cuestión no está ahí. Al contrario de lo que sostiene Freud, las coacciones sociales, positivas y negativas, no se explican, ni en cuanto a su origen ni en cuanto a su persistencia, como consecuencia de pulsiones o de emociones que reaparecerían con los mismos caracteres en el transcurso de los siglos y de los milenios en individuos diferentes. Pues si la recurrencia de los sentimientos explicase la persistencia de las costumbres, el origen de las costumbres debería coincidir con la aparición de los sentimientos, y la tesis de Freud no se habría modificado aunque el impulso parricida correspondiese a una situación característica y no a un acontecimiento histórico." (Lévi-Strauss, 1971: 105)

De manera que no era convincente el fundamento planteado por Freud para la evolución desde la horda primitiva hasta la aparición de la religión, pareja a la sociedad patriarcal, y su desarrollo en la tradición semita. Especialmente si pretendía explicar el origen del asesinato del padre y utilizar los sentimientos del individuo como motor estructurante de formas culturales (y cultuales) como el tótem o el tabú.

Para Lévi-Strauss el problema arranca con el uso de la noción de 'mito':

> "La noción de "mito" es una categoría de nuestro pensamiento, la cual utilizamos arbitrariamente para designar con un mismo vocablo intentos de explicación de fenómenos naturales, obras de literatura oral, reflexiones filosóficas y casos de emergencia de procesos lingüísticos a la conciencia del sujeto." (Lévi-Strauss, 1971: 23)

Así, debería encontrarse un mito que explicase la ley de la exogamia, o mejor la prohibición del incesto. En tiempos *Tótem y tabú*, no se conocían tales mitos por los etnólogos que estudiaban sociedades ágrafas. La explicación venía de la interpretación de "los sabios", como bien describió Freud en la Nota 2.

---

[20] Kroeber, A. L., "Totem and taboo: an ethnologie psychoanalysis (1920)", en *The nature of culture*, 1952.

Es más, Lévi-Strauss ya sentenciaba, en la clase inaugural del curso de Antropología en 1960:

> "A su manera, ¿no ceden los antropólogos a la misma tentación cuando se permiten —como lo hacen a menudo— reinterpretar las costumbres y las instituciones indígenas con el propósito no confesado de poder encuadrarlas mejor en las teorías de moda? El problema del totemismo, que algunos consideramos transparente e insustancial, ha pesado durante largos años sobre la reflexión etnológica, y ahora comprendemos que esta importancia provenía de cierto gusto por lo obsceno y lo grotesco, que es una especie de enfermedad infantil de la ciencia de las religiones; proyección negativa de un temor incontrolable a lo sagrado, del cual el observador no ha conseguido desprenderse. De esta manera se ha constituido la teoría del totemismo *para nosotros* y no *en sí*; y nada garantiza que, bajo su forma actual, no proceda todavía de una ilusión semejante." (Lévi-Strauss, 1995: 42-43)[21].

El mito

Mientras Lacan imparte el seminario 19 (1971-1972), Lévi-Strauss termina de publicar la serie "Mitológicas" (entre 1964-1971) donde investiga las analogías entre mitos procedentes de lugares muy distantes de América del Norte y del Sur. En el primer volumen, "De lo crudo a lo cocido", presenta variantes del incesto recogidas en diferentes mitos bororo. En un trabajo posterior, sobre el mito y el origen de la alfarería, *La potière jalouse* de 1985 (en español *La alfarera celosa*, 2008), hace algo más: examina la lógica de los mitos destacando equivalencias entre la vida psíquica de los "salvajes" y los psicoanalistas. En concreto por las nociones explícitas de carácter oral y anal encontradas en los mitos. Debate del pensamiento mítico lo que separa el análisis estructuralista del psicoanálisis, la crítica se dirige a Freud y temas como la asociación libre en la interpretación de los mitos y de los sueños (Lévi-Strauss, 2008: 183-195).

Pero traemos el caso del mito de la "Génesis de la sociedad jíbara" que explica cómo llega a formarse en facciones hostiles permanentes, a partir del incesto originario y sus consecuencias. Lévi-Strauss lo describe así:

> "Aprovechando una larga ausencia de su padre Uñushi, la serpiente Ahimpi se acostó con su madre Mika, la jarra de alfarería: como si los dos culpables simbolizaran respectivamente los órganos masculino y femenino –serpiente y vasija-, destinados por la naturaleza a unirse con desprecio de las reglas sociales que acabarán restringiendo esta libertad. Y, en efecto, **el patriarca, padre de una y abuelo de la otra**, los echó; llevaron una vida errante y tuvieron

[21] Clase inaugural —Collège de France, Cátedra de Antropología Social— pronunciada el 5 de enero de 1960. Introducción de "Antropología estructural", [1974] 1995, pp. 21-48.

> numerosos hijos. Cuando estuvo de vuelta, el **marido ofendido conoció su infortunio y volvió su cólera no contra los culpables, sino contra su madre, a la que acusaba de haber favorecido el crimen de ambos, y a la que hacía responsable, diríamos, de los deseos incestuosos que él mismo experimentaba hacia ella y que, a causa de su comportamiento, la generación siguiente de algún modo habría actualizado**. Los hijos nacidos del incesto quisieron vengar a su abuela; decapitaron al esposo de su madre al estilo de *Totem y tabú*. Y a continuación se sucedieron conflictos en cascada: Mika mató a sus hijos, asesinos de su marido; su hijo incestuoso tomó parte contra ella. En lo sucesivo, los tres campos –del padre, de la madre, del hijo- se entregaron a una lucha sin piedad. De ese modo apareció el estado de sociedad.
> En lugar de que la teoría psicoanalítica actualice lo que un lenguaje de moda llamaría lo "no dicho" de los mitos, éstos en cambio conservan la primacía. …".
> (Lévi-Strauss, 2008: 181-182)

De manera que "al principio" no había castración, es decir, había incesto sin penalizar, generación tras generación, porque el mito jíbaro deja claro que no es un hecho aislado (como el caso de Edipo y sus circunstancias), aquí el deseo del incesto se expresa en dos generaciones, que pueden asumir la representación de "todas las generaciones", siendo la tercera la que resuelve el conflicto perdiendo la paz. En un momento desconocido –mítico- surge la prohibición dirigida hacia la madre y la abuela. Y es perfectamente invertible, la abuela –mítica- pudo velar por la ausencia del incesto entre el padre y la hija.

Por fin Lévi-Strauss puede demostrar que lo planteado por Freud en *Tótem y tabú* existía ya en un mito real y superior en complejidad. Argumenta que el mérito de Freud fue darse cuenta de uno de los códigos que los mitos han utilizado generando significación desde tiempos inmemoriales. Este código Lévi-Strauss lo llama psicoorgánico. Pero, lo importante se obtiene al conocer cómo operan éste y otros códigos diferentes, cuyo valor operatorio procede de ser 'mutuamente convertibles', que los mitos no utilizan un único código exclusivo u obligatorio.

Más adelante retomaremos la estructura del mito levistraussiana. El caso viene ahora para comentar una réplica de Lacan, al comienzo del seminario 19 (15 de diciembre de 1971), a los que no entendieron algo del alcance teórico con que hay que leer a Freud sobre el tema del "padre totémico":

> (36) … hay algunos pilluelos que descubrieron que yo decía que el Padre es un mito, porque salta a la vista en efecto que Φx no anda en el nivel de *Tótem y tabú*. **El Padre no está castrado**; en caso contrario, ¿cómo podría tener a todas? ¿Se dan cuenta? Además, ellas existen en calidad de *todas* solamente allí, ya que a las mujeres conviene el *no-todo;* en breve lo comentaré.
> Entonces, a partir de este *existe uno,* en referencia a esta excepción, todos los otros pueden funcionar. Pero entiéndase bien que puede escribirse el rechazo de la función, Φx negada, o sea, no es verdadero que esto se castre. **Este es el**

> **mito**. Pero lo que los pilluelos no notaron es que es correlativo de la existencia, y que eso plantea el *existe* a partir de este *no es verdadero* de la castración.

Esto es, el mito no es estructurante, sino que ofrece un relato que explica la estructura. Al igual que a partir de ese 'existe uno' (mítico) 'todos los otros pueden funcionar', así también, por ese 'no todo' (ese no numerable que Lacan califica de mítico en la página 142) queda afirmada la función por los demás, y ¿acaso el mito jíbaro no habla también de esto?

Corrección a Freud

La siguiente mención a 'Tótem y tabú' aparece para ahondar sobre el 'no-todas', en uno de los párrafos que hemos destacado ya y ahora repetimos completo:

> (44) ¿Qué es ese *no-todas?* Es lo que merece ser interrogado como estructura. En efecto, al contrario de la función de la particular negativa, a saber, que *algunas* de ellas no lo están, es imposible extraer, del *no-todas,* una afirmación semejante. **Está reservado al *no-todas* indicar que en alguna parte la mujer tiene relación con la función fálica, y nada más.**
> ¿Hace falta que les ponga los puntos sobre las íes? *Tótem y tabú* es lo que pudo hacerse para dar una idea de esta condición lógica que es la del abordaje indirecto que la mujer puede hacer del hombre. Por sí solo es ya extraordinario que el enunciado de este mito no parezca burlesco, a saber, la historia del hombre original que gozaría precisamente de lo que no existe, no meramente porque es claro que uno tiene sus límites, sino porque no hay *todo* de las mujeres.
> Nada puede asimilar el *todos* a este *no-todas.* De allí parten los valores que hay que dar a mis otros símbolos. Entre lo que funda simbólicamente l**a función argumental de los términos *el hombre y la mujer,*** queda el hiato de la indeterminación de su relación común con el goce. Ellos no se definen en relación con este a partir del mismo orden.

En esta página del seminario se está avanzando sobre el hiato de la indeterminación localizado entre las fórmulas de lo posible y lo contingente, que representa esa diferencia esencial en el orden de relación con el goce entre lo masculino y lo femenino. Está diciendo que la relación con el goce sexual se confronta en estas fórmulas: para lo masculino $\forall x\ \phi x$, para lo femenino $\neg\forall x\ \phi x$. Así, parece que estas dos fórmulas orientan a las demás. Es decir, que la orientación androcéntrica de Freud debe corregirse.

"Lo que pudo hacerse para dar una idea de esta condición lógica que es la del abordaje indirecto que la mujer puede hacer del hombre", obviamente, es la calificación, en la interpretación de Lacan, del texto de Freud.

Sólo comentaremos sobre la relación padre-hijo de la religión cristiana, en tanto advertimos un paralelo con la formulación de Lacan:

> "En el mito cristiano, el pecado original de los hombres es indudablemente un pecado contra Dios Padre. Ahora bien: si Cristo redime a los hombres del pecado original sacrificando su propia vida, habremos de deducir que tal pecado era un asesinato. (…) Y si este sacrificio de la propia vida procura la reconciliación con Dios Padre, el crimen que se trata de expiar no puede ser sino el asesinato del padre.
> (…) La reconciliación con el padre es tanto más sólida cuanto que **simultáneamente a este sacrificio se proclama la total renunciación a la mujer, causa primera de la rebelión primitiva**. Pero aquí se manifiesta una vez más la fatalidad psicológica de la ambivalencia. Con el mismo acto con el que ofrece al padre la máxima expiación posible alcanza también el hijo el fin de sus deseos contrarios al padre, pues se convierte a su vez en dios al lado del padre, o más bien en sustitución del padre. La religión del hijo sustituye a la religión del padre, y como signo de esta sustitución se resucita la antigua comida totémica; esto es, la comunión, en la que la sociedad de los hermanos consume la carne y la sangre del hijo -no ya las del padre-, santificándose de este modo e identificándose con él. Nuestra mirada persigue a través de los tiempos la identidad de la comida totémica con el sacrificio de animales, el sacrificio humano teoantrópico y la eucaristía cristiana y reconoce en todas estas solemnidades la consecuencia de aquel crimen que tan agobiadoramente ha pesado sobre los hombres y del que, sin embargo, tienen que hallarse tan orgullosos. La comunión cristiana no es en el fondo sino una nueva supresión del padre, una repetición del acto necesitado de expiación. Observamos ahora cuán acertada es la afirmación de Frazer de que la «comunión cristiana ha absorbido y se ha asimilado un sacramento mucho más antiguo que el cristianismo»." (Freud, 1980: 200-201)

Aquí, el pecado original no es el incesto –como en la sociedad jíbara- sino el asesinato del padre. La renunciación total "a la mujer", por el hijo, es la ley impuesta que da lugar a la "rebelión primitiva", la horda fratricida. Es la pérdida asociada al triunfo absoluto de la sociedad patriarcal, lo denomina 'proclama', y se asocia al sacrificio del hijo. Pero, lo que no se dice, esta pérdida es, en realidad, el sacrificio de la mujer –la madre- que renuncia a los derechos del hijo, mientras que la hija es un bien en los derechos del padre. Por ejemplo, éste la intercambiará por ganado de otro padre para una alianza (política) matrimonial.

Y, en el último párrafo de Freud:

> "Sin embargo, no debemos dejarnos influir con exceso en nuestros juicios sobre los primitivos por la analogía con los neuróticos. Es preciso tener también en cuenta las diferencias reales. Cierto es que ni el salvaje ni el neurótico conocen aquella precisa y decidida separación que establecemos entre el pensamiento y la acción. En el neurótico, la acción se halla completamente inhibida y reemplazada totalmente por la idea. Por el

> contrario, el primitivo no conoce trabas a la acción. Sus ideas se transforman inmediatamente en actos. Pudiera incluso decirse que la acción reemplaza en él a la idea. Así, pues, sin pretender cerrar aquí con una conclusión definitiva y cierta la discusión cuyas líneas generales hemos esbozado antes, podemos arriesgar la proposición siguiente: «**en el principio era la acción**»." (Freud, 1980: 208-209)

Esta proposición permite un juego: pensar que la noción de acción es el dato que puede asumir una función de goce y destacar el paralelismo de la ambigüedad que opera en la institución totémica (y en la doctrina cristiana) entendida por Freud. La acción que ha analizado es la comida totémica. La comida totémica se define por su faceta de prohibición (supuesta prohibición de matar/comer el animal tótem/padre) y por su faceta de celebración (se libera la prohibición en sacrificio ritual). Si la función Φ es el acto de la comida totémica, la acción puede expresarse mediante las fórmulas de lo necesario y lo posible, respectivamente: $\exists x \neg \phi x$, hay ocasiones en que se come el animal-tótem, celebración comunitaria cultual, en acto de expiación; $\forall x\ \phi x$, el tabú esencial prohíbe comer el animal-tótem. Esta ambivalencia es crucial en su analogía del análisis del niño con respecto a sus sentimientos (ambiguos) hacia el padre.

El mito en la Teoría de las cuatro fórmulas

En la página 199 del seminario 19 Lacan está interrogando el sentido de cómo han de operar las cuatro fórmulas, que ya dice son en realidad dos 'en la medida en que se diversifica su acoplamiento cuantificado'. Estos párrafos concentran una alta densidad de ideas. La principal es que la castración –en el hombre- es estructural, aunque Freud lo planteara como un acontecimiento histórico:

> (199) El $\exists x \neg \Phi x$, es decir, la negación de Φx, designa desde hace mucho tiempo -tan **desde el origen como para que nos confunda que Freud lo haya ignorado- el *al menos uno.*** Es el Uno solo, que se determina por ser efecto del *decir que no* a la función fálica. A fin de que la historia de *Tótem y tabú* sea otra cosa que un mito, debemos situar aquí todo lo que hasta ahora se dijo al respecto.
> Esto tiene tanto más interés cuanto que no se trata allí de génesis ni de historia, ni de nada que se parezca a un acontecimiento, si bien parece en ciertos momentos haber sido enunciado por Freud a título de tal. Lo que nos presentan ante todo como historia no podría ser un acontecimiento. No hay acontecimiento si no es a partir de lo que se connota en algo que se enuncia. **No se trata de acontecimiento, sino de estructura**. El mito de *Tótem y tabú* está hecho del modo más patente para que se pueda hablar de ***todo hombre* como algo sujeto a la castración.**

En el texto destacado en negrita, en este *al menos uno*, que niega Φx, está marcando distancia con la teoría freudiana. Distancia que revisamos de la mano de Markos Zafiropoulos en "Lacan y Lévi-Strauss o el retorno a Freud (1951-1957)"[22].

Zafiropoulos (2015: 206-208) explica la definición del significante de excepción por Lacan, a partir de la institución tipo cero, como *mana*, definida por Lévi-Strauss en 1950, y en 1956 en "¿Existen las organizaciones dualistas?"[23] :

> "… no es la primera vez que la investigación nos pone en presencia de formas institucionales que podríamos llamar *de tipo cero* (*). Estas instituciones carecerían de toda propiedad intrínseca, salvo la de introducir las condiciones previas para la existencia del sistema social al que pertenecen, que gracias a su presencia —desprovista en sí misma de significación— puede ser afirmado como totalidad. La sociología se encontraría, así, ante un problema esencial, que le es común con la lingüística y del cual no parece haber tomado conciencia en su propio terreno. Este problema consiste en la existencia de instituciones desprovistas de sentido, salvo el de proporcionar un sentido a las sociedades que las poseen. " (Lévi-Strauss, 1995: 188)

Así, una sociedad puede sustentarse manteniendo vivas instituciones sin sentido por una explicación funcional, la de suturar las demás. El paralelo con el significante vacío es evidente. Pero es, en este símil, un vacío necesario.

En síntesis, Zafiropoulos recoge el concepto "significante de excepción" del seminario IX "L'identification" (1961-1962), inédito, y resume:

> "Ya se trate de la psicosis con el delirio o de la fobia con el mito y su significante de excepción (por ejemplo, el caballo), e incluso de la neurosis con lo "ordinario" de su nombre del padre (que encierra la unicidad de un trazo), todo sucede como si la experiencia analítica descubriera siempre un "punto de amarre […] en que el sujeto se constituye", o un significante de excepción, o, por último, una concatenación significante supletoria, como el mito o el delirio.
> En Freud, ese significante de excepción se escribe así: el padre muerto.

---

22 « Lacan et Lévi-Strauss ou le retour à Freud », Presses Universitaires de France, 2003. Traducción: Horacio Pons, Buenos Aires, Manantial, 2006. Reimpresión: Buenos Aires, Manantial, 2015.

23 Publicado con igual título en Bijdragen tot de Taal-, Land- en Voikenkunde, Deel 112, 2ª ed., 1956, págs, 99-128 (volumen de homenaje al profesor J. P. B. de Josselin de Jong). En "Antropología estructural", 1995. Nota del autor (*): Hace algunos años, nos hemos visto llevados a definir de esa manera el mana. Véase C. Léví-Strauss, «Introduction a l'oeuvre de Marcel Mauss, en Marcel Mauss, Sociolagie et Anthropologie, París, PUF, 1950, págs. XLI-LII.

> En Lévi-Strauss, ese significante que permite el ejercicio del pensamiento simbólico está dotado de un valor cero.
> En Lacan, lo hemos visto, ese significante es el nombre del padre.
> Al leer a Freud con Lévi-Strauss, es fácil indicar, entonces, que el padre muerto freudiano es la institución cero que permite el ejercicio del pensamiento simbólico de las neurosis, así como el funcionamiento de sus sociedades.
> Lévi-Strauss pone en serie los nombres del padre de esas sociedades (los nombres del espíritu de las cosas, el mana, el orenda, etc.).
> Lacan, sostiene nuestra tesis, añade el nombre del padre en los neuróticos monoteístas.
> Puede verse de entrada que si el nombre del padre es un operador que sirve de amarra al sujeto y siempre debe suplirse en caso de degradación y hasta de ausencia, era preciso "desde siempre" concebirlo con Lacan en su pluralidad léxica." (Zafiropoulos, 2015: 257-258)

Retenemos, pues, ese valor simbólico cero de la institución sin sentido que capta Lévi-Strauss, trasladado a la búsqueda del concepto cero aritmético por Lacan, que encuentra en Frege, cuyo resultado (la implicación 0, 1) asignará a la fórmula (o axioma primitivo) referente al significante de excepción, el *existe al menos uno*.

Además, el análisis de Zafiropoulos da entrada al siguiente párrafo, en lo relativo a la pluralidad léxica de los nombres del padre y a esa sutura simbólica del sujeto "desde siempre".

Seguimos con Lacan:

> (199) ¿Es acaso necesario volver a funciones matemáticas para enunciar ese hecho lógico? Es decir que **si es verdadero que el inconsciente está estructurado como un lenguaje, la función de la castración le es necesaria.** Esto es exactamente lo que implica algo que escape a ella. Sea lo que fuere que escape a ella, no es forzosamente algo humano. ¿Por qué no? **Esto está en el mito.** ¿Por qué no ver al Padre del asesinato primitivo como un orangután? Muchas cosas coinciden en la tradición judaica, de donde el psicoanálisis surgió. Como lo enuncié el año en que no quise dar más que mi primer seminario sobre los Nombres-del-Padre, tuve tiempo de acentuar que lo sacrificado en el sacrificio de Abraham es efectivamente el Padre, que no es otra cosa que un carnero. Como en todo linaje humano respetable, su estirpe mítica es animal.

Aquí, entendemos que Lacan amplía el horizonte simbólico en el cual el humano se intercambia con el animal. No se trata, suponemos, de revisar la evolución homínida o primate para conjeturar el asesinato primitivo que nos estructura el inconsciente. Sino de que, en un tiempo pasado, la categoría 'humano' no estaba separada de la categoría 'animal'. Así, ha de entenderse, del discurso de Freud, que el sacrificio de Isaac (el hijo) es sustituido por el del Padre, representado por el carnero.

Y sobre el 'desde siempre', Lacan afina en el siguiente párrafo con la idea implícita que puede expresarse así 'Si el arte es signo de la cultura que remite a la existencia del inconsciente, entonces, el *homo sapiens* es sujeto del inconsciente por naturaleza':

> (199-200) A fin de cuentas, eso es lo que está en juego en la función de la caza en el hombre, de la cual les hablé el otro día[24]. Al respecto habría podido decirles más cosas en cuanto al hecho de que el cazador ama lo que caza como los hijos que, en el acontecimiento llamado primordial dentro de la mitología freudiana, matan al Padre, igual que aquellos cuyas huellas ustedes ven en las grutas de **Lascaux**. Ellos lo mataron,… Lo que vino después es triste. La consecuencia es precisamente que todos los hombres, ∀x Φx, la universalidad de los hombres está sujeta a la castración.

Primero recuerda el alegato que discurrió en la sesión anterior, afirmando que no es posible diferenciar –con atributos- el ser hombre y el ser mujer. Discutiendo el supuesto atributo activo-hombre y pasivo-mujer, ejemplifica que "En la caza, en efecto, el hombre se muestra como lo mejor que tiene, a saber, ser pasivo." A su manera, Lacan explica que el cazador sabe (aprende) que también él es el cazado. El cazador y el animal tienen la misma categoría existencial. Esta condición no es cualquier cosa, porque la vivencia de la pérdida también está vinculada con el animal.

La referencia a Lascaux parece oportuna. En los años 60 Lascaux era la cueva pintada de mayor excelencia en Francia[25]. Mencionarla apunta a que, una vez manifestado el arte, entendido como la recreación del otro (el animal) a través de lo imaginario y lo simbólico, ya deben estar constituidas todas las cualidades necesarias en el ser humano hablante, cuyo inconsciente está estructurado como el lenguaje (lo real).

En 1994 se descubrió la cueva Chauvet-Pon-d'Arc[26] cuyas pinturas son incluso más sorprendentes en calidad y realismo, y al menos 15.000 años más antiguas que las de Lascaux, de hace 27.000 a 35.000 años. El impacto de este descubrimiento supuso un debate "encarnizado" y un cambio radical: ya no se podía sostener que

---

[24] Ver: S.19, XIII En el fundamento de la diferencia de los sexos, pp. 182 y ss.: "Es muy claro que no hay modo alguno de repartir dos series cualesquiera –digo cualesquiera- de atributos que formen una serie de macho de un lado, y del otro lado la serie mujer".

[25] Ver : https://www.donsmaps.com/lascaux.html.

[26] Clottes J., Chauvet J.M., Brunel-Deschamps E., Hillaire C., Daugas J.P., et alii, 1995. Dates radiocarbone pour la grotte Chauvet-Pont-d'Arc, in INORA, n° 11, pag. 1-2.

el arte evolucionó estilísticamente a lo largo del paleolítico, como si se tratara de un desarrollo cultural más, como las herramientas líticas por ejemplo, sino que desde sus inicios manifiesta toda la potencia y capacidad expresiva. De manera que Lacan entendió cuándo aplicar la estructura, sin las pruebas que son necesarias a los arqueólogos, remontándose a lo conocido en su momento[27].

En Lascaux, la única figura antropomorfa es la llamada hombre-pájaro, en la cámara profunda de la cueva llamada El Pozo, en lo que se considera una de las rarísimas escenas del arte paleolítico que, entonces, era el culmen del enigma y el simbolismo. Una de las interpretaciones visualiza una escena, se supone reproducida de una vivencia real, resultante del enfrentamiento entre un hombre y un bisonte. Éste queda malherido, con los intestinos fuera, atravesado por una lanza. El hombre, representando como hombre-pájaro, tiene la posición hierática de la muerte. Hay otros elementos, una especie de bastón de mando y un rinoceronte que se aleja defecando, por lo que las interpretaciones se multiplican, sin que podamos saber, por supuesto, qué pasó y qué es ese hombre-pájaro, ¿un líder, un chamán?, pero es evidente que, si se trata de la muerte, este personaje justificó la acción de representar su pérdida.

Lascaux, escena del Pozo (foto: http://www.lascaux.culture.fr/).

[27] Se plantea también que la decoración de objetos o del cuerpo, considerada como expresión de actividad simbólica, surgió en circunstancias específicas desde antes de llegar a Europa, las pruebas provienen de Africa. Henshilwood, C.S. 2006. Modern humans and symbolic behaviour: Evidence from Blombos Cave, South Africa. In Origins (ed. G. Blundell). Cape Town: Double Storey: 78–83.

Y, por el texto (199), "el inconsciente está estructurado como un lenguaje...", y la interpretación del hombre-chamán[28], releemos de Lévi-Strauss su comparación de la cura chamánica y la cura psicoanalítica en el artículo, dedicado a Raymond de Saussure en 1949, "La eficacia simbólica"[29]. Ahora también con Zafiropoulos (2015: 71-83), que destaca la eficacia de la función simbólica en la interpretación chamánica porque modifica el universo simbólico del sujeto, la cura se dirige al significante y a inducir una experiencia que en psicoanálisis se denomina "abreacción".

Para Zafiropoulos el concepto de *mito individual* del neurótico es recogido por Lacan de este trabajo. Selecciona los párrafos siguientes, sobre la diferencia entre estos dos métodos, el chamánico y el psicoanalítico:

> "En ambos casos, el propósito es llevar a la conciencia conflictos y resistencias que han permanecido, hasta ese momento, inconscientes, ya sea en razón de su represión por obra de otras fuerzas psicológicas, ya sea —como en el caso del parto— a causa de su naturaleza propia, que no es psíquica sino orgánica, o inclusive simplemente mecánica. También en ambos casos, los conflictos y resistencias se disuelven, no debido al conocimiento, real o supuesto, que la enferma adquiere progresivamente, sino porque este conocimiento hace posible una experiencia específica en cuyo transcurso los conflictos se reactualizan en un orden y en un plano que permiten su libre desenvolvimiento y conducen a su desenlace. Esta experiencia vivida recibe, en psicoanálisis, el nombre de abreacción. Es sabido que tiene por condición la intervención no provocada del analista, quien surge en los conflictos del enfermo, por el doble mecanismo de la transferencia, como un protagonista de carne y hueso, con referencia al cual el enfermo puede restablecer y explicitar una situación inicial que había permanecido informulada.
> Todos estos caracteres se encuentran en la cura shamanística. En ella se trata también de suscitar una experiencia y, en la medida en que esta experiencia se organiza, ciertos mecanismos colocados fuera del control del sujeto se regulan espontáneamente para llegar a un funcionamiento ordenado. El shamán tiene el mismo doble papel que desempeña el psicoanalista: un primer papel —de oyente para el psicoanalista, de orador para el shamán—- establece una

---

[28] La interpretación chamánica del arte prehistórico no incluye la cura chamánica en términos levistraussianos, se inicia con las representaciones de seres híbridos y toma fuerza, basada en la universalidad cultural de la experiencia del trance, por la interpretación de signos abstractos como la representación de fenómenos entópticos durante los estadios previos al trance, formulada a partir del arte rupestre San (Sudáfrica) y Coso (California) por: Lewis-Williams, David & Thomas A. Dowson. 1988 « The Signs of All Times. Entoptic Phenomena in Upper Paleolithic Art », Current Anthropology 29 (2) : 201-245.

[29] Lévi-Strauss, C. : «L'efficacité symbolique», Revue de l´ Histoire des Religions, t. 135 (1), 1949: 5-27. En "Antropología estructural", 1995: 211-227.

> relación inmediata con la conciencia (y mediata con el inconsciente) del enfermo. Es el papel del encantamiento propiamente dicho. Pero el shamán no se limita a proferir el encantamiento: es su héroe, porque es él mismo quien penetra en los órganos amenazados a la cabeza del batallón sobrenatural de los espíritus y quien libera el alma cautiva. En este sentido el shamán se encarna, como el psicoanalista objeto de la transferencia, para convertirse, gracias a las representaciones inducidas en el espíritu del enfermo, en el protagonista real del conflicto que este último experimenta a medio camino entre el mundo orgánico y el mundo psíquico. **El enfermo neurótico acaba con un mito individual al oponerse a un psicoanalista real**; la parturienta indígena vence un desorden orgánico verdadero, identificándose con un shamán míticamente transpuesto.
> El paralelismo, pues, no excluye diferencias. Esto no debe sorprender si se toma en cuenta el carácter del trastorno que se trata de curar: psíquico en un caso, orgánico en el otro. **En realidad, la cura shamanística parece ser un equivalente exacto de la cura psicoanalítica, pero con una inversión de todos los términos.** Ambas buscan provocar una experiencia, y ambas lo consiguen reconstruyendo un mito que el enfermo debe vivir o revivir. Pero, en un caso, se trata de un mito individual que el enfermo elabora con ayuda de elementos extraídos de su pasado; en el otro, de un mito social, que el enfermo recibe del exterior y que no corresponde a un estado personal antiguo. Para preparar la abreacción, que se convierte entonces en una «adreacción», el psicoanalista escucha, mientras que el shamán habla." (Lévi-Strauss, 1995: 222)

Nuevamente, notamos la alta productividad de la operación de invertir los términos y la función de los agentes. Éxito que nos remite al álgebra de Lacan para la teoría de la sexuación que hemos visto. Pero, lo que interesa ahora, es cómo llega Lévi-Strauss a la estructura del inconsciente, en 1949:

> "Pero conviene preguntarse si el valor terapéutico de la cura depende del carácter real de las situaciones rememoradas o si el poder traumatizante de estas situaciones no deriva más bien del hecho de que, en el momento en que se presentan, el sujeto las experimenta inmediatamente bajo forma de mito vivido. **Entendemos por esto que el poder traumatizante de una situación cualquiera no puede resultar de sus caracteres intrínsecos, sino de la capacidad que poseen ciertos acontecimientos que surgen en un contexto psicológico, histórico y social apropiado, de inducir una cristalización afectiva que tiene lugar en el molde de una estructura preexistente.** En relación con el acontecimiento o la anécdota, estas estructuras —o para ser más exactos, estas leyes de estructura— son verdaderamente intemporales. [En el psicópata, toda la vida psíquica y todas las experiencias ulteriores se organizan en función de una estructura exclusiva o predominante, bajo la acción catalizadora del mito inicial; pero esta estructura y las otras que, en él, quedan relegadas a un papel subordinado, se encuentran también en el

> hombre normal, primitivo o civilizado.][30] El conjunto de estas estructuras formaría lo que llamamos el inconsciente." (Lévi-Strauss, 1995: 225-226)

La estructura del mito inspira las cuatro fórmulas

Por último, *Totem y tabú* vuelve a aparecer en la última charla del seminario:

> (203) El ∃x, arriba a la izquierda, es literalmente lo necesario. Nada más es pensable a este respecto. Nuestra función, la de los hombres, no es pensar, mientras que una mujer piensa, piensa incluso de tanto en tanto *luego existo,* en lo cual, por supuesto, se equivoca. Pero en fin, tratándose de lo necesario, es absolutamente necesario.
> Eso es lo que nos suelta Freud con su descabellada historia de *Tótem y tabú.* Si queremos pensar lo que fuere acerca de las relaciones que llaman *humanas,* vaya a saber por qué, en la experiencia que se instaura a partir del discurso analítico, es absolutamente necesario plantear que existe uno para quien la castración no se cumple. La castración, ¿qué quiere decir? Quiere decir que **todo deja que desear**, no quiere decir ninguna otra cosa. Para pensar eso, es decir, pensarlo a partir de la mujer, es absolutamente necesario que haya uno para quien **nada deje que desear**. Es la historia **del mito de *Tótem y tabú*.** Si ustedes la descuidan, no veo qué les permitiría orientarse de alguna manera. Ahora bien, es importante orientarse.
> ¿En qué es necesario ese ∃x? **Recién les escribí la palabra indecidible**. Nada en absoluto podría decirse que se pareciera a cualquier cosa que cumpla función de verdad si no admitimos ese necesario *hay al menos uno de ellos que dice no.*

Este texto se encuentra después de resumir las cuatro fórmulas, su sentido e interoperatividad. Si ya en la página (44) se indicaba la necesidad de la fórmula particular para el "no-todo en" o "no-todas" ($\neg\forall x\ \phi x$), como corrección a Freud, aquí se explicita que la tesis freudiana se representa a través de las dos fórmulas del orden masculino, interpretando ahora el concepto de castración invirtiendo la negación: $\exists x\ \neg\phi x$ "nada deje que desear", $\forall x\ \phi x$ "todo deja que desear".

El trabajo intelectual de pensar la inversión, se puede decir, rige todo el proceso lacaniano sobre la formulación, semántica y algebraica, de la teoría de la sexuación. Y sabemos que para Lévi-Strauss es una operación estructurante en la construcción de los mitos.

Terminamos esta adenda recuperando la necesidad de las cuatro fórmulas para Lacan y su plausible inspiración en la fórmula canónica de Lévi-Strauss para la

[30] Entre corchetes lo omitido por Zafiropoulos.

estructura del mito, planteado en 1955[31], como dice Zafiropoulos (2015: 208-209) en un texto muy ambicioso "a sabiendas de que el mito resultaría ser la única matriz de la cultura". Lacan conoce este artículo y lo menciona en la sesión 3 de abril de 1957, llamada "Cómo se analiza el mito", del seminario 4.

Recordamos el texto original de Lévi-Strauss:

> "En fin, si se consigue ordenar una serie completa de variantes bajo la forma de un grupo de permutaciones, cabe esperar descubrir la ley del grupo. En el estado actual de las investigaciones, debemos contentarnos aquí con indicaciones solamente aproximativas. Sean cuales fueren las precisiones y modificaciones que deban introducirse en la fórmula indicada a continuación, parece posible afirmar desde luego que todo mito (considerado como el conjunto de sus variantes) es reducible a una relación canónica del tipo: Fx (a) : Fy (b) = Fx (b) : Fa-1 (y) en la cual, **dados simultáneamente dos términos a y b y dos funciones x e y de esos términos, se postula que existe una relación de equivalencia entre dos situaciones, definidas respectivamente por una inversión de los términos y de las relaciones, bajo dos condiciones: 1) que uno de los términos sea reemplazado por su contrario (en la expresión indicada arriba: a y a-1); 2) que se produzca una inversión correlativa entre el valor de función y el valor de término de los dos elementos (arriba: y y a).**
>
> La fórmula anterior cobrará todo su sentido si se recuerda que, para Freud, se requieren dos traumatismos (y no uno solo, como se tiende a creer con mucha frecuencia) para que nazca ese mito individual en que consiste una neurosis. Si se intentara aplicar la fórmula al análisis de estos traumatismos (de los cuales se postularía que satisfacen respectivamente las condiciones 1 y 2 antes anunciadas), se conseguiría sin duda obtener una expresión más precisa y más rigurosa de la ley genética del mito. Se estaría en condiciones, sobre todo, de desarrollar paralelamente el estudio sociológico y el psicológico del pensamiento mítico, e inclusive tal vez tratar a éste como en el laboratorio, sometiendo las hipótesis de trabajo al control experimental." (Lévi-Strauss, 1995: 250-251)

Si utilizamos el método descrito por Lévi-Strauss para la estructura del mito (destacado en negrita), que explica y sería capaz de predecir variantes de un mito, si la aplicamos al álgebra de Lacan, tendríamos:

Fórmula para la estructura del mito: Fx (a) : Fy (b) ≡ Fx (b) : Fa-1 (y)

Sean: $Fx = \neg\phi x$, $\quad Fy = \phi x$

---

31 Según el artículo original «The Structural Study of Myth», en Myth, A Symposium, Journal American Folklore, vol. 78, n, 270, octubre-diciembre 1955, págs. 428-444. Traducido con algunos complementos y modificaciones.

Y sea la inversión entre el valor de función y el valor del término: la negación del cuantor

Entonces: $\exists x\ \neg\phi x : \forall x\ \phi x\ \equiv \neg\exists x\ \neg\phi x : \neg\forall x\ \ \phi x$

donde el signo ≡ se lee 'equivale a'

De manera que la relación de equivalencia sucede entre los dos órdenes de relación con la función de goce, el masculino y el femenino.

Zafiropoulos no menciona este paralelo, digamos "axiomático", pero sí establece conexión entre los significantes (a, b, c, d) y el esquema de sus relaciones, utilizado por Lévi-Strauss en 1952[32] para describir la ley de intercambio generalizado entre cuatro grupos matrimoniales en los bororo y sus asociaciones vinculadas en el plano del mito, por clases de edad, y en la elaboración de la máscara ceremonial. La conexión se debe a su homología con el esquema de relaciones de lugar, *el* esquema, que Lacan expone en la introducción del seminario 4 en 1956 (Zafiropoulos, 2015: 211-213). Las implicaciones de este concepto sobrepasan el presente trabajo, pero el interés del caso bororo para Lacan muestra resonancias en la división de las fórmulas por el hiato de la indeterminación.

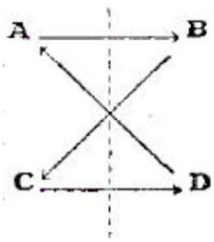
De Lévi-Strauss leemos:

> "En resumen, como si existiera una organización dualista, pero al revés. O más exactamente, el papel de las mitades se anula: en lugar de rendirse mutuamente servicio, los servicios se ofrecen en el seno de la misma mitad, a propósito de una actividad particular de la otra. Hay, pues, siempre tres participantes, y no dos.
> En estas condiciones es significativo encontrar, en el plano de las asociaciones, una estructura formal que corresponde exactamente a una ley de intercambio generalizado. Las cuatro asociaciones masculinas están organizadas en circuito. Cuando un hombre cambia de asociación, debe hacerlo en un orden prescrito e inmutable. Este orden es el mismo que preside la transferencia de los nombres femeninos, privilegio de las asociaciones masculinas. Este orden, en fin, es el mismo —pero invertido— de la génesis mítica de las asociaciones y de la transferencia, de una asociación a otra, de la tarea de celebrar el ceremonial *Padi*.
> Cuando pasamos al mito, se nos tiene reservada una nueva sorpresa. El mito, en efecto, presenta las asociaciones como clases de edad engendradas en un

---

32 En "Las estructuras sociales en el Brasil central y oriental". Publicado con igual título, Proceedings of the 29th. Congress of Americanists. University of Chicago Press, 1952, en Sol Tax, ed. Indian Tribes of Aboriginal America, págs. 302-310. Reimpreso en "Antropología estructural", [1974] 1995: 151-163.

> orden sucesivo (de la más joven a la más vieja). Ahora bien, para la manufactura de las máscaras, las cuatro asociaciones se agrupan por pares unidos entre sí por una reciprocidad de servicios, como si formaran mitades, y estos pares no asocian clases consecutivas, sino alternadas, corno si estas mitades consistieran cada una en dos clases matrimoniales con intercambio generalizado (véase la fig. 4)." (Lévi-Strauss, [1974] 1995: 157-158)



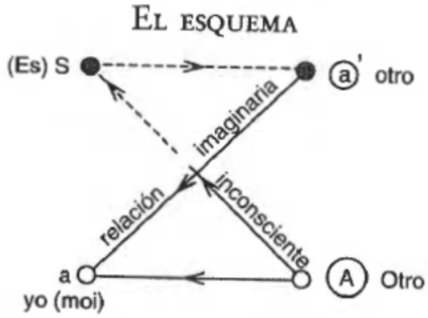


Fig. 4

Por último, Zafiropoulos (2015: 220-222) recoge la respuesta a la "Pregunta a Lévi-Strauss", anónima en un artículo de este autor y personalizada por Lacan en el seminario 4 "La relación de objeto" (1956-1957). En síntesis consiste en si se puede afirmar la inversión de la lógica de intercambios en la estructura de parentesco, postulada desde el punto de vista androcéntrico (la mujeres se intercambian como objetos entre linajes masculinos), formulando así: "¿Y si usted hiciese el círculo de los intercambios invirtiendo las cosas y diciendo que son los linajes femeninos los que producen a los hombres y los intercambian". A Lacan le gustó la fórmula levistraussiana "he recibido una esposa, debo una hija" y pregunta si es posible el matriarcado donde "he dado un hijo, quiero recibir el hombre". La respuesta que Lacan dicta en el seminario 4 es:

> "La respuesta de Lévi-Strauss es la siguiente. Sin duda, desde el punto de vista de la formalización, las cosas pueden describirse exactamente de la misma manera si se toma un eje de referencia, un sistema de coordenadas simétrico fundado en las mujeres, pero entonces un montón de cosas serán inexplicables, y en particular ésta. En todos los casos, aun en las sociedades matriarcales, el poder político es androcéntrico. Está representado por hombres y linajes masculinos. Algunas anomalías muy extrañas en los intercambios, modificaciones, excepciones, paradojas que aparecen en las leyes del intercambio en el plano de la estructuras elementales del parentesco, sólo pueden explicarse en relación con una referencia que está fuera del juego del parentesco y obedece al contexto político, es decir al orden del poder, y muy precisamente al orden del significante, en el que cetro y falo se confunden." (Lacan, "El falo y la madre insaciable", seminario IV, 193-194).

Sin duda, la respuesta de Lévi-Strauss está relacionada con la figura de tío materno como elemento estructural, o la estructura de relaciones del avunculado, que extraemos aquí del artículo "Análisis estructural en Lingüística y en Antropología" publicado en 1945:

> "El carácter primitivo e irreductible del elemento de parentesco tal como lo hemos definido resulta, en efecto, de manera inmediata, de la existencia universal de la prohibición del incesto. Esto equivale a decir que, en la sociedad humana, un hombre únicamente puede obtener una mujer de manos de otro hombre, el cual la cede bajo forma de hija o de hermana. No es necesario, pues, explicar cómo el tío materno hace su aparición en la estructura de parentesco: no aparece, sino que está inmediatamente dado, es la condición de esa estructura. El error de la sociología tradicional, como el de la lingüística tradicional, consiste en haber considerado los términos y no las relaciones entre los términos." (Lévi-Strauss, [1974] 1995: 90)

Concluimos dos aspectos: pensamos que la teoría de las cuatro fórmulas está inspirada en el axioma de la estructura del mito, la separación de los órdenes masculino y femenino denotan que sus significantes son inversos pero equivalentes, conforme a la posición que se manifiesta en el sujeto.

Esta equivalencia implica, o es porque, el significante de excepción (el falo simbólico), está en los dos órdenes, en un sujeto sea hombre o mujer.

Es decir, el foco de interés está precisamente en el significante, en esa 'x' minúscula, que, sin embargo, podrá tomar un valor de excepción, el significante S_1, el que hemos leído 'Uno sólo' en el Seminario 19, en cualquiera de estas cuatro posiciones.

Entendemos, por tanto, esta transformación de Lacan como un doble salto, desde las dos dimensiones (su correlación e inversión) de Lévi-Strauss a las cuatro dimensiones en su teoría de las cuatro fórmulas. Aquí, hay una doble inversión pero también una indeterminación esencial.

Anexo matemático

NOTA sobre Noción de derivación de Gödel

"Kurt Gödel demostró en 1931[33], que para todo sistema formal Z recursivo lo suficientemente potente como para derivar los axiomas de Peano y que además se suponga como consistente, se tiene que en el sistema hay proposiciones indecidibles, es decir, el sistema no es completo."

Enunciado del *Primer Teorema de incompletitud* (1931), se escribe:

Si $\mathcal{N}$ es ω-consistente, entonces $\mathcal{N}$ es incompleto, es decir, existe una fórmula φ tal que $\mathcal{N} \nvdash \varphi$ y $\mathcal{N} \nvdash \neg\varphi$ (en N no se deduce φ y en N no se deduce ¬φ, donde el signo ¬ representa la negación)

Por otra parte, Gödel probó que si el sistema Z es consistente entonces no se puede derivar en Z una proposición que afirme la consistencia de Z [se escribe de $\mathcal{Z} \nvdash \mathrm{Con}(\mathcal{Z})$]

Estos resultados se conocen como Primer Teorema de Incompletitud Gödel y Segundo Teorema de Incompletitud de Gödel, respectivamente.

<u>Definición</u>: Un sistema de primer orden S con el mismo lenguaje que $\mathcal{N}$ es ω-consistente, si ninguna fórmula $A(x_1)$, en la que aparece libre x_1, se tiene que $\neg\forall x_1 A(x_1)$ es un teorema de S, supuesto que A(S(n) (0)) sea un teorema de S para todo n ∈ ℕ, es decir:

Si $S \vdash \mathcal{A}(\underline{S_{(n)}}(\underline{0}))$, para todo n ∈ ℕ, entonces $S \nvdash \neg \forall x_1 \mathcal{A}(x_1)$

De la definición de ω-consistencia se sigue lo siguiente:

<u>Teorema</u>: Sea **S** un sistema de primer orden con el mismo lenguaje que $\mathcal{N}$, si **S** es ω-consistente, entonces **S** es consistente.

---

[33] "En 1930 Gödel había demostrado como tema de tesis doctoral la consistencia y completitud del cálculo lógico de primer orden, mientras que Hilbert verificaba tres de los requerimientos en su programa meta-matemático, es decir, una teoría que fuese formalizada, consistente y completa". Gödel anunció que el programa de Hilbert era irrealizable por la existencia de proposiciones indecidibles (incompletitud) y por la imposibilidad de derivar una proposición que afirme la propia consistencia. En 1936 por A. Church se supo que el cálculo lógico de primer orden no es decidible (lógica simbólica). Gödel introdujo nuevas técnicas a la lógica matemática y la teoría de conjuntos, técnicas que fortalecieron campos como la teoría de modelos y la teoría de las funciones recursivas. (Da Silva, 2014: 20-21, 38-39).

Hay que señalar que la propiedad de consistencia no implica la propiedad de ω-consistencia.

<u>Consecuencias de los teoremas de Gödel</u>:

"Al decir que la completitud falla para el cálculo aritmético, lo que queremos decir es que hay un sinfín de proposiciones que siendo verdaderas no se pueden derivar mediante reglas de inferencia del conjunto de axiomas. … lo primero que debemos decir es que para Gödel la incompletitud de los sistemas formales es algo ya esperado, pues para nuestro autor ningún sistema axiomático, por potente que sea, puede abarcar toda la matemática. (…) llama "matemática objetiva" a lo equivaldría a una realidad al estilo platónico donde se encuentra los objetos matemáticos con independencia del sujeto, ahora bien, ninguno de nuestros sistemas axiomáticos puede abarcar en su seno esta matemática objetiva lo que significa que los métodos finitistas y constructivistas no logran dar cuenta del objeto matemático."

Al igual que Cantor, Gödel creía que el problema era inherente a los sistemas formales y no a la aritmética, es decir, la aritmética no se puede atrapar en un sistema (…).

Para Gödel los formalistas confundían la noción de verdad con la de demostrabilidad y de hecho interpretaban la primera en función de la segunda.

En 1930 el mismo Gödel demostró que, en principio, en el cálculo de lógica de primer orden se tiene que una fórmula es lógicamente verdadera si y sólo si es demostrable, pero este resultado no se extrapola a los sistemas formales recursivos para la aritmética, porque de hecho, como ya sabemos, existen proposiciones que siendo verdaderas no son demostrables a partir del sistema lo que supone que el conjunto de las verdades aritméticas es mayor al conjunto de las fórmulas aritméticas demostrables.

Se derrumba así el ideal de axiomatización griego: "todo lo que es verdad es demostrable" (inclusive en donde se creaba una identidad entre verdad y demostrabilidad) y se vuelve más a la idea aristotélica de que no todo es demostrable y no por ello deja de ser verdad.

Gödel defendía la necesidad de introducir principios de inferencia más abstractos para que se pudiese probar la consistencia de un sistema recursivo. De igual forma, deben introducirse conceptos abstractos que den cuenta no de objetos concretos sino de construcciones de pensamiento" (Da Silva, 2014: 38-39).

NOTA sobre Adaptación del vocabulario de lógica modal al 'Problema L'

La lógica modal solo agrega dos símbolos al vocabulario de la lógica proposicional: el símbolo $\Box$, que representa la expresión del lenguaje natural "es necesario que", y el símbolo $\Diamond$, que representa la expresión "es posible que".

Además, en la lógica modal clásica, ambos símbolos son interdefinibles por medio del otro y de la negación. Así: $\Diamond P = \neg\Box \neg P$ $\Box P = \neg\Diamond \neg P$

Es posible P = no es necesario no-P

Es necesario P = No es posible no-P

Esto implica que en principio, sólo es necesario tomar uno de los dos símbolos como primitivo, ya que el otro se puede definir a partir de éste y del vocabulario de la lógica proposicional. En general, el símbolo que se toma como primitivo es el de necesidad.

Estas inter-definiciones son paralelas a las de los cuantificadores en la lógica de primer orden: $\exists x\, \neg\phi(x) = \neg\forall x\, \phi(x)$ $\forall x\, \phi(x) = \neg\exists x\, \neg\phi(x)$

Donde, los cuantificadores se leen:

Es posible $\exists x$, No es posible $\neg\exists x$,

Es necesario $\forall x$, No es necesario $\neg\forall x$,

y la función: P= $\phi(x)$, no-P = $\neg\phi(x)$

En el 'Problema L':

El axioma primitivo, en lógica clásica, 'es necesario que' $\Box P\ \neg\forall x\, \phi(x)$ para que 'sea posible' $\Diamond P\ \forall x\, \phi x$, Lacan lo expresa invirtiendo la función por su negación, utilizando la forma equivalente: Es necesario que: $\Box P\ \ \exists x\, \neg\phi x$, para que sea posible que: $\Diamond P\ \forall x\, \phi x$

¿Por qué pone la relevancia en el $\exists x$, en lugar de en $\neg\forall x$? Porque está utilizando como axioma primitivo, lo necesario, en uno de los dos órdenes de relación con ϕ (el de género masculino). Lo posible y lo necesario están asignados al comportamiento simbólico (se manifiestan) en un orden de relación respecto de ϕ.

¿Qué quiere decir esto? Se refiere a conjuntos de significantes que verifican estas fórmulas, significantes que emergen en el discurso analítico.

Y, ¿qué diferencia hay entre estas expresiones?: $\exists x\, \neg\phi x$ $\neg\forall x\, \phi x$

En el vocabulario de lógica proposicional no hay diferencia. Ambas afirman que hay casos que niegan la función ϕ. Pero si estos cuantores se refieren a dos órdenes de relación diferentes, aunque los dos cuantores indican una cantidad desconocida de recurrencia, en el primero al menos existe un caso en ∃x (al menos uno o más, diferenciado de existe sólo uno !∃x), mientras que en el segundo ¬∀x refiere a un número indefinido cualquiera (puede ser todos-menos-uno) y desconocido.

Vamos a adelantar aquí dos nociones más de la lógica de De Morgan, que veremos más adelante cuando este autor es referenciado en el seminario, pero ahora pueden ser útiles para progresar en este ejercicio. Se trata de:

"Se dice que una fórmula es «satisfactoria» en un determinado modelo si hay asignaciones a sus variables libres que la hacen verdadera; es válida si cada asignación a sus variables libres la hacen verdadera. La satisfacibilidad y la validez son dobles porque las fórmulas inválidas son precisamente aquellas cuyas negaciones son satisfactorias, y las fórmulas insatisfactorias son aquellas cuyas negaciones son válidas."

Es decir: El axioma primitivo se define con una fórmula satisfactoria (∃x ¬ϕx): hay asignaciones a la variable x que la hacen verdadera (significantes). Mientras que la fórmula (¬∀x ϕx) es inválida: cada asignación a la variable x no la hacen –siempre- verdadera, por su dualidad, pero su negación es satisfactoria (∀x ϕx).

Por el mismo razonamiento, los axiomas de lo necesario y lo posible son satisfactorios, mientras que los otros dos axiomas ¿son inválidos? De nuevo nos encontramos con dos órdenes diferentes en la formulación del 'Problema L'.

Si recurrimos al razonamiento de la lógica modal, comprobamos que los axiomas de estos órdenes 'opuestos' no cumplen sistemáticamente la intercambiabilidad. Lo probamos primero sobre la función afirmada (ϕx) usando el signo de equivalencia ≡:

Es posible P: ◇P (∃x ϕx) ≡ no es necesario no-P: ¬□¬P (¬∀x ¬ϕx) ... lógica clásica

Es posible que P: ◇P (∀x ϕx) ≡ no es necesario no-P: ¬□¬P (¬∀x ¬ϕx) ... **'Problema L'**

Es necesario: □P (∀x ϕx) ≡ no es posible no-P: ¬◇¬P (¬∃x ¬ϕx) ... lógica clásica

Es necesario que: □P (∃x ¬ϕx) ≡ no es posible no-P: ¬◇¬P (¬∃x ¬ϕx) ... **'Problema L'**

La función en negación (¬ϕx):

Es necesario no-P: □¬P (∀x ¬ϕx) ≡ no es posible P: ¬◇P (¬∃x ϕx) ... lógica clásica

Es posible no-P: ◇¬P (∃x ¬ϕx) ≡ **no es necesario P: ¬□P (¬∀x ϕx)** ... **'Problema L'**

Esta situación sucede porque hay una inversión: lo posible satisfactorio (∃x) define el axioma necesario; y, viceversa, lo necesario válido (∀x) define el axioma de lo posible.

Si seguimos las reglas de la lógica modal clásica, respecto a lo imposible y lo contingente, negando la modalidad:

• Necesario	Imposible
• □P	¬◊P
• ¬◊¬P	□¬P
• Posible	Contingente puro
• ◊P	¬□P
• ¬□¬P	¬◊¬P

Contiengente (no imposible): ¬□P (¬∀x ϕx) = ¬◇¬P (¬∃x ¬ϕx) **… 'Problema L'**

Imposible: ¬◇P (¬∃x ϕx) = □¬P (∀x ¬ϕx) … lógica clásica y no aplica

Por tanto, la selección de las fórmulas (en negrita) que expresan el **'Problema L'** necesitan explicación:

- La elección del axioma necesario en el vocabulario de lo posible:

Es posible no-P = no es necesario P => Si ◇¬P = ¬□P => ∃x ¬ϕx = ¬∀x ϕ(x)

- La elección del axioma de lo posible en el vocabulario de lo necesario:

Es necesario P = No es posible no-P => Si □P = ¬◇¬P => ∀x ϕx = ¬∃x ¬ϕx

- La elección del axioma de lo contingente (no imposible) y su equivalente para lo imposible afirmando y negando la función:

¬□P (¬∀x ϕx) <=> ¬◇¬P (¬∃x ¬ϕx)

NOTA sobre Construcción de los números naturales por Gottlob Frege[34]

Frege define recursiva y contextualmente (en el contexto de un enunciado del tipo "el número n corresponde al concepto P") los números naturales, mediante las siguientes proposiciones: a) El número 0 corresponde al concepto P si ningún objeto cae bajo P, y b) El número n +1, cae bajo el concepto P, si hay un objeto *a*; tal que *a* cae bajo P, y el número n corresponde al concepto "cae bajo P", pero es distinto de *a*.

Así, se define cada número natural n "en enunciados del tipo el número n corresponde al concepto P, pero no en ecuaciones, que constituye el tipo más frecuente de teorema matemático". Frege argumenta que con este procedimiento, todavía no ha definido el concepto de número en forma general. Presenta definitivamente el concepto de número en dos etapas: a) Define el concepto de número cardinal (en general) y; b) Se precisa el concepto de número natural o finito.

<u>Definición de clase de equivalencia:</u> Una relación de equivalencia R sobre una clase A, es una relación reflexiva, simétrica y transitiva. Esta relación genera una partición de A en clases de equivalencia. Clase de equivalencia de un elemento b de A, es la clase de todos los elementos de A que están con b en la relación R.

El término clase de A en el lenguaje conjuntista actual se refiere a un conjunto cualquiera, es decir, un conjunto en donde no importa la naturaleza de sus elementos.

Frege argumenta que una manera de definir entidades matemáticas, consiste en definirlas como las clases de equivalencia inducidas por una determinada relación de equivalencia en una clase previamente dada de elementos. Ejemplo, considerando las rectas del plano, y la relación de paralelismo entre ellas, la cual es una relación de equivalencia que genera una partición de la clase de las rectas del plano, en clases de equivalencias, a las que se llama direcciones. Se deduce que la dirección de una recta b, no es sino la clase de equivalencia de b respecto a la relación de paralelismo, en otras palabras, la clase de todas las rectas paralelas a b.

<u>Definición de número cardinal:</u> Se requiere contar con un dominio previamente dado de elementos, y definir en él una adecuada relación de equivalencia. En este contexto, dominio es un conjunto especial de elementos en donde se ha definido

---

[34] (Arrieche, 2006).

una relación binaria. Más concretamente, si se tiene una relación binaria de un conjunto A en un conjunto B, el dominio viene dado por el conjunto formado por los primeros elementos de los pares de AxB que cumplen con la definición de la relación.

En el caso que nos ocupa, el dominio es la clase cuyos elementos son conceptos, sobre el cual se define como relación de equivalencia entre conceptos, la relación de biyectabilidad. El concepto P es biyectable (o está relacionado mediante la relación de biyectabilidad) con el concepto Q si y sólo si hay una biyección (aplicación biunívoca) entre los objetos que caen bajo P y los objetos que caen bajo Q. En otras palabras, P es biyectable con Q si y sólo si hay una relación que asocia cada objeto que cae bajo P con un (y sólo un) objeto que cae bajo Q, y a la inversa.

Como la relación de biyectabilidad es de equivalencia, genera una partición del dominio dado (clase de los conceptos) en clases de equivalencia, a las que llama números cardinales.

El número cardinal de un concepto P es la clase de equivalencia de P respecto a la relación de biyectabilidad, es decir, la clase de todos los conceptos biyectables con P. Es lo que Frege expresa en: "*el número que corresponde a un concepto F es la extensión del concepto equinumérico del concepto F*" (Frege, 1884, p.92). Hay que notar que la definición del concepto de número cardinal es de manera general para números finitos o infinitos.

Definiciones previas de número natural: El 0 se define como el número que corresponde al concepto "distinto de sí mismo", es decir, es la clase de todos los conceptos vacíos, bajo los que no cae objeto alguno.

El 1 es el número que corresponde al concepto "igual a 0", es decir, el 1 es la clase de los conceptos unitarios, aquello bajo los que cae un solo objeto.

"n es el siguiente de m si hay un concepto P y un objeto **a** que cae bajo él, tales que n es el número de P y m es el número del concepto que "cae bajo P y es distinto de a".

Definición de número natural: n es un número natural si n pertenece a la serie numérica que empieza por 0, es decir, que n es 0 o que n cae bajo cada concepto bajo el que cae el 1, y bajo el que cae el siguiente de cada objeto que cae bajo él.

NOTA sobre Axiomas de Peano

Los axiomas de Peano (1889) sobre números naturales N[35], donde N representa un predicado monádico "ser nº natural", incorporan la idea de "sucesor" (x') y el símbolo 1 (constante que representa al número uno) o el 0 (representa al número cero) y el principio de la inducción matemática. Los símbolos de estos conceptos primitivos son: [N, 1, x'] ó [N, 0, x']. Y la función $\phi(x)$ representa a una fórmula cualquiera que tenga a *x* como variable libre, una función sobre x que devuelve al sucesor de x.

Los cinco axiomas primeros, de nueve, siguen utilizándose. Constituyen los principios para la construcción de modelos aritméticos sobre números naturales. Estrictamente hablando, la aritmética de Peano no define el conjunto de los números naturales, sino a la noción más amplia de sucesión matemática o progresión aritmética de los naturales.

1. - El 1 es un número natural, entonces 1 está en el conjunto N de los números naturales.

2. Todo número natural tiene un sucesor. (Este axioma es usado para definir posteriormente la suma).

3. El 1 no es el sucesor de ningún número natural.

4. Si hay dos números naturales n y m con el mismo sucesor, entonces n y m son el mismo número natural.

5. Si el 1 pertenece a un conjunto de números naturales, y dado un elemento cualquiera, el sucesor también pertenece al conjunto, entonces todos los números naturales pertenecen a ese conjunto. Este último axioma es el principio de inducción matemática

Es interesante la caracterización del número par. Siendo los símbolos N, 2, x', donde N el predicado 'ser un número par', los axiomas que definen los números pares son:

1. El dos es un número par.

2. Si n es un número par, entonces el sucesor del sucesor de también es un número par.

3. El dos no es el sucesor del sucesor de ningún número par.

4. Si hay dos números pares n y m con el mismo sucesor de sucesor, entonces n y m son el mismo número par.

---

[35] Ver < https://es.wikipedia.org/wiki/Axiomas_de_Peano >, actualizado en 2022.

5. Si el dos pertenece a un conjunto, y dado un número par cualquiera, el sucesor del sucesor de ese número también pertenece a ese conjunto, entonces todos los números pares pertenecen a ese conjunto.

NOTA sobre Teoría intuitiva de conjuntos de Cantor

La definición inicial de Cantor es totalmente intuitiva[36]: un conjunto es cualquier colección C de objetos determinados y bien distintos x de nuestra percepción o nuestro pensamiento (que se denominan elementos de C), reunidos en un todo. Igual que en Frege su idea de lo que es un conjunto coincide con la extensión de un predicado (la colección de objetos que satisface el predicado).

<u>¿Cómo se determina una colección?: Listar los objetos</u>. De acuerdo con la definición intuitiva de Cantor un conjunto queda definido si es posible describir completamente sus elementos.

El procedimiento más sencillo de descripción es nombrar cada uno de sus elementos, se llama <u>definición por extensión</u>; la notación:

$A = \{a, b, c\}$ donde A es el conjunto formado por la colección de objetos, y es cierto que $b \in A$ y que $d \notin A$.

<u>¿Qué hacer cuando la colección es infinita, o cuando es finita pero numerosa?</u>

<u>Describir los objetos</u>. Cuando el número de elementos del conjunto es infinito (como el de los número impares) o demasiado numeroso (como el de todas las palabras que pueden formarse con el alfabeto latino) se utiliza el método de **definición por intensión**, que consiste en la descripción de un conjunto como la **extensión de un predicado, esto es, mediante una o varias propiedades (el predicado) que caracterizan a los elementos de ese conjunto.**

Ejemplo: $C = \{x \in \omega / \ 0 < x < 230000 \wedge 2/x\}$, donde ω es el conjunto de los números naturales con la ordenación habitual

El problema de definición se traslada a la extensión de un predicado. Para expresar predicados utilizaremos el lenguaje formal de la lógica de predicados de primer orden (el lenguaje de la lógica de proposiciones con los símbolos lógicos de las conectivas $\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ (negación, unión, intersección, si entonces, implicación bidireccional) más el cuantificador universal $\forall$ (para todo) y el existencial $\exists$ al que se añade variables, igualdad y el relator binario de pertenencia.

---

[36] (Huertas y Manzano, 2002)

Este lenguaje puede ser ampliado con los símbolos propios de las operaciones, relaciones o funciones del lenguaje específico de teoría de conjuntos.

Ejemplo: $E = \{x/\ P2(x) \vee P3(x) \vee \cdots \vee P10(x)\}$, donde $Pi(x)$ significa "x es una palabra de i letras del alfabeto griego (pueden estar repetidas).

Se utiliza para describir colecciones no matemáticas con propiedades expresadas en lenguaje natural. Lógica de predicados.

NOTA sobre el Triángulo de Pascal

Blaise Pascal (1654) desarrolla el triángulo aritmético (pre-existente) y sus aplicaciones a la teoría de la probabilidad por el método inductivo (inducción matemática)[37].

[La inducción matemática es un razonamiento que permite demostrar proposiciones que dependen de una variable n que toma una infinidad de valores enteros. Consiste en: Dado un número entero *a* que tiene la propiedad P, y dado el hecho de que si hasta cualquier número entero n con la propiedad P implique que n+1 también la tiene, entonces, los números enteros a partir de *a* tienen la propiedad.]

Demuestra la relación entre el triángulo y la fórmula del binomio en teoría combinatoria. El triángulo resuelve el cálculo de los coeficientes binomiales, que se aplica al desarrollo del binomio de Newton (1664)[38] $(a+b)^n$ a la n potencia (exponente).

Binomio	Coeficientes
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	1 2 1 *[el coeficiente 1 no se escribe]*
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	1 3 3 1
$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b + 4ab^3 + b^4$	1 4 6 4 1

Imitando el triángulo:

[37] Metáfora de la escalera, el paso de subir el peldaño siguiente es el paso inductivo. Pierre de Fermat utilizó el método del descenso infinito que es una variación de la inducción matemática (desde n hacia el límite inferior o más pequeño)

[38] Newton, 1664, a partir de trabajos de John Wallis, que fue el que incluyó el símbolo infinito, *Arithmetica Infinitorum*, 1656.

$$
\begin{aligned}
(a+b)^0 &= \mathbf{1} \\
(a+b)^1 &= \mathbf{1}a + \mathbf{1}b \\
(a+b)^2 &= \mathbf{1}a^2 + \mathbf{2}ab + \mathbf{1}b^2 \\
(a+b)^3 &= \mathbf{1}a^3 + \mathbf{3}a^2b + \mathbf{3}ab^2 + \mathbf{1}b^3 \\
(a+b)^4 &= \mathbf{1}a^4 + \mathbf{4}a^3b + \mathbf{6}a^2b^2 + \mathbf{4}ab^3 + \mathbf{1}b^4
\end{aligned}
$$

…

$(a+b)^n = a^n + a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 + \ldots + b^n$

-Los coeficientes desarrollados de la forma $(a+b)^n$ se encuentran **en la fila n+1** del triángulo de Pascal (porque la primera fila es n=0)

-la regla de Pascal de construcción del triángulo da la relación fundamental de los coeficientes binomiales

-La regla de Pascal explica que los coeficientes de una fila se pueden calcular con la fórmula combinatoria $\binom{n}{k}$ donde **n** es la fila y **k** la posición en ella.

Por ejemplo, para expresar los coeficientes del triángulo de la fila n=3:

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ de la forma combinatoria, sería:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & \binom{0}{0} & & & \\
 & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & \\
 & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & \\
\boxed{\binom{3}{0}} & & \boxed{\binom{3}{1}} & & \boxed{\binom{3}{2}} & & \boxed{\binom{3}{3}}
\end{array}
$$

Coeficientes binomiales: 1 3 3 1

En esta fila, n=3 (la cuarta), cada número (o coeficiente) corresponde al número de elementos que resultan de la combinación de 3 elementos tomados de a 0, de a 1, de a 2 y de a 3. Es decir, el primer 1 es el conjunto vacío {Ø}, el primer 3 son los 3 elementos tomados de 1 en 1 {1}, {2}, {3}, el segundo 3 son los 3 pares de la combinación de 3 elementos tomados de 2 en 2 {1,2}, {1,3} y {2,3} y el último 1 corresponde a la combinación de los 3 elementos tomados de a 3 {1, 2, 3}. Por tanto, resultan 8 subconjuntos en esta fila, como dice Lacan 'partes de conjuntos', cuatro de ellos son unitarios, tres tienen pares de elementos y uno tiene los 3 elementos.

Pascal[39] notó que para cualquier número entero *n* se cumple:

[39] Ver https://es.wikipedia.org/wiki/Triángulo_de_Pascal

$$\binom{n}{0} = 1 = \binom{n}{n}$$

Y, a continuación, la regla para construir cada fila del triángulo consiste en sumar los dos números de la fila anterior por encima de él. La fórmula para esta regla se conoce también como fórmula recursiva (la de sumar). Si:

$\backslash k /$

El teorema de Pascal se formula así:

Para cualquier par de números naturales n, k se cumple

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Blaise Pascal, (1654)

En esta fórmula, algunos matemáticos acotan la 'definición recursiva' porque:

"Si se tiene un conjunto de n elementos, donde $n \geq 0$, hay un único subconjunto sin elementos (o de cero elementos), que es el conjunto vacío, por lo que el número de estos subconjuntos de cero elementos que hay es 1, cualquiera que sea *n*"

Esta serie de subconjuntos de cero elementos, es la serie de '1' de la columna izquierda en triángulo de Pascal, que cumplen:

$$\binom{n}{0} = 1 \quad \text{para todos los números enteros } n \geq 0.$$

NOTA sobre Axioma de Extensionalidad o de conjuntos iguales

Axioma de Extensionalidad[40]: $\forall AB\ (A = B \leftrightarrow \forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B)$

Este axioma asegura que el símbolo lógico = para la igualdad de objetos de la teoría coincide con la intuición de que dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.

Es decir: los dos conjuntos son equipotentes, tienen la misma cardinalidad.

Un desarrollo más completo sobre coeficientes binomiales y cómo construye Pascal el triángulo a partir de los bordes de la matriz, donde escribe unos, disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_binomial>

[40] (Huertas y Manzano, 2002: 23).

Otra forma de escribir la Igualdad de dos conjuntos: $\forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B) \rightarrow A = B$

"Si todo elemento lo es de A, si y sólo si, lo es también de B, entonces A y B coinciden"

En última instancia, el UNO se constituye cuando al comparar dos conjuntos –bien ordenados-, su diferencia es el conjunto vacío {0}, dado que 1 es el segundo ordinal de la serie de ordinales finitos (denotación de números naturales) definido como:

Conjunto	Ordinalidad		Cardinalidad
$\emptyset$	Primer ordinal	0	[convención: card(Ø)=0]
$\{0\} = \{\emptyset\}$	Segundo ordinal	1	primer cardinal $\|1\|$
$\{0, 1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$	Tercer ordinal	2	segundo cardinal $\|2\|$
…			
$\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$	Ordinal enésimo	n	n cardinal $\|n\|$

El cardinal indica el número de elementos de un conjunto, sea esta cantidad finita o infinita. En teoría de conjuntos, un cardinal es una generalización de los números naturales para contar el número de elementos, la cardinalidad, de cualquier conjunto, finito o infinito. El cardinal de un conjunto finito es un número natural ordinario. El cardinal de un conjunto infinito es un número transfinito (denotado ω).

¿Cúal es el primer ordinal infinito? El primer ordinal infinito es el de los naturales

$\{0, 1, 2, \ldots, n, n+1, \ldots\} = \omega$ -ésimo

¿Y luego?

Se forma su siguiente $\{0, 1, 2, \ldots, n-1, \ldots, \omega\} = \omega + 1$ ordinal sucesor

Cuando carece de elemento último, se nomina ordinal límite.

En alef-0, $\aleph_0$, primer cardinal infinito ¿impropio?

Buen orden e Inducción[41]: Se ha visto que en un conjunto bien ordenado todos los subconjuntos no vacíos tienen un primer elemento. El teorema de inducción es una consecuencia de esta importante propiedad, a continuación lo enunciaremos para conjuntos bien ordenados arbitrarios y veremos también versiones del teorema de inducción para el conjunto de los números naturales.

[41] (Huertas y Manzano, 2002: 25)

Principio de inducción: $\forall n \; (P(n) \Rightarrow P(n+1))$

¿Se puede extender este método para que sirva no sólo con los conjuntos numerables, sino también con los transfinitos (supernumerables)? La respuesta es afirmativa.

NOTA sobre el Axioma de la elección:

El axioma de la elección es una de las extensiones de la teoría ZF.

Axioma de la elección[42]: $\forall A\ (\emptyset \notin A \wedge \forall xy\ (x \in A \wedge y \in A \wedge x \neq y \rightarrow x \cap y = \emptyset) \rightarrow \exists B \forall z (z \in A \rightarrow \exists! v (v \in z \cap B)))$

Este axioma asegura la existencia de un conjunto B obtenido a partir de una colección cualquiera A de **conjuntos no vacíos y disjuntos dos a dos**. De cada conjunto de A *elije* un único conjunto para poner en B.

Este axioma no se puede demostrar en la teoría ZF, y si queremos asegurar la existencia de las llamadas funciones de elección o de la buena ordenación de cualquier conjunto debe añadirse a los demás axiomas. La teoría de conjuntos axiomática resultante se conoce con las siglas ZFC (C del inglés Choice), y es la que en realidad se conoce como teoría de Zermelo Fraenkel.

Si ZFC es consistente todo lo que se demuestre en esta teoría será verdadero. Sin embargo, como consecuencia del teorema de Gödel no hay esperanza de poder demostrar la consistencia de la teoría ZFC, ya que para demostrar su consistencia tendríamos que hacer la prueba en una teoría más fuerte que ZFC, cuya consistencia sería aún más difícil de demostrar. Otro teorema de Gödel muestra que si ZFC fuera inconsistente también lo sería ZF. Por tanto sólo es necesario suponer que ZF es consistente para asegurar también que ZFC lo es.

Ver también la página de Wikipedia, actualizada en 2022, <https://es.wikipedia.org/wiki/Axioma_de_elección>, que recoge varios enunciados entre los cuales la condición necesaria es que los conjuntos no sean conjuntos vacíos.

42 (Huertas y Manzano, 2002: 35-36).

NOTA sobre Números figurados

En matemáticas un número figurado[43] es todo número natural que, al ser representado por un conjunto de puntos equidistantes, puede formar una figura geométrica regular.

Incluimos aquí sólo los que aparecen representados en el triángulo aritmético:

-Un **número triangular** es un número figurado que representa un triángulo (2 dimensiones). Los primeros números triangulares son: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45,…

-Un **número tetraédrico**, **o número piramidal triangular (4v 6a 4c)**, es un número figurado que representa una pirámide de base triangular y tres lados, llamada tetraedro (3 dimensiones). Los primeros números tetraédricos son: 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220,… El n-ésimo número tetraédrico es la suma de los n primeros números triangulares.

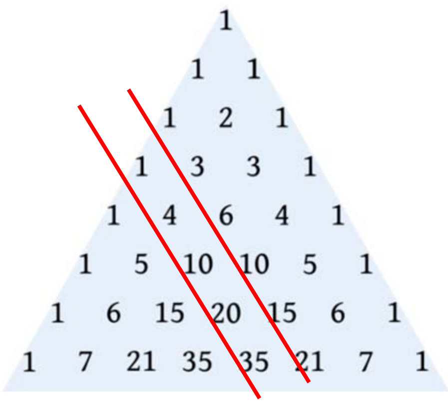
Los <u>números tetraédricos se ubican en la cuarta posición (k) en el triángulo de Pascal</u> (tanto de derecha a izquierda como de izquierda a derecha).

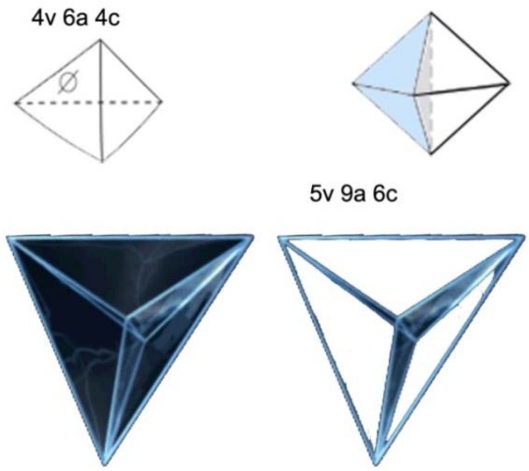
El número figurado tetraédrico es el indicado en el Seminario 19 (pp. 161-162). En palabras de Lacan:

> "En el nivel del elemento de los subconjuntos antepenúltimos, es decir, para permanecer en la intuición, el de los cinco cuadrángulos que podemos evidenciar en, digamos, un poliedro de cinco vértices, también debemos aquí tomar los cuatro triángulos de la tétrada. En esos cuatro triángulos haremos tres sustracciones diferentes, estando allí adicionado lo que lo constituye como conjunto, o más exactamente como subconjunto. Pero no podremos hacer nuestra cuenta sin agregar, en ese mismo nivel en el que no tendríamos más que tres subconjuntos, los elementos del conjunto solos, es decir, α, β, γ, δ, como no tomados en un conjunto. Quiero decir, en la medida en que, definidos como elementos, no son conjuntos. Aislados de lo que los incluye en el conjunto, deben ser contados para que tengamos nuestra cuenta de cuatro."

Este método de construcción resulta incomprensible, manejando los números como subconjuntos (leídos en filas horizontales del triángulo), con la coincidencia de que en la fila n=5, los números 4, 6, 4 se corresponden con 4 vértices, 6 aristas y 4 caras en la figuración, donde '4' es el nº de puntos equidistantes.

43 https://es.wikipedia.org/wiki/Categor%C3%ADa:N%C3%BAmeros_figurados.





-Un **número de pentátopo o pentatópico (5v 9a 6c)** es un número en la quinta posición (k) de cualquier fila del triángulo de Pascal que comienza con la fila de 5 términos 1 4 6 4 1, ya sea de izquierda a derecha o de derecha a izquierda. Los primeros números pentatópicos son: 1, 5, 15, 35, 70, 126, 210, 330, … La forma más simple, pentácoron, mantiene la simetría con 3 tetraedros irregulares fusionados.

Lacan continúa en el siguiente:

> "Para producir la parte que lleva el número 5 en el nivel del conjunto de cinco elementos, debemos hacer intervenir los elementos en número de cuatro como meramente yuxtapuestos, pero no tomados en un conjunto - subconjuntos en este caso."

Si representamos dos tetraedros yuxtapuestos obtenemos la figuración de 5 vértices, 9 aristas y 6 caras. De estos números, el 5 es el número de puntos equidistantes. En las figuras vemos el mismo resultado con dos y tres tetraedros, pero es con tres cuando se mantiene la simetría geométrica regular.

NOTA sobre De Morgan y dualidad matemática

Las leyes de De Morgan (Augustus De Morgan, 1806-1871) son dos reglas de transformación que permiten la expresión de la conjunción y disyunción en términos de vía negación[44]. Son:

---

[44] Disponible en < https://es.wikipedia.org/wiki/Leyes_de_De_Morgan#:~:text=En lógica proposicional y álgebra,en términos de vía negación. >

1)-La negación de la conjunción es la disyunción de las negaciones: "no(A y B)" es lo mismo que "(no A) o (no B)", o bien se escribe: $\neg (P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg P) \vee (\neg Q)$

2)-La negación de la disyunción es la conjunción de las negaciones: "no(A o B)" es lo mismo que "(no A) y (no B)", o bien se escribe: $\neg (P \vee Q) \Leftrightarrow (\neg P) \wedge (\neg Q)$

Donde, $\neg$ es el operador de negación (NO), $\wedge$ es el operador de conjunción (Y), $\vee$ es el operador de disyunción (O), $\Leftrightarrow$ es un símbolo metalógico que significa "puede ser reemplazado en una prueba lógica".

Estas reglas permiten operar bajo el principio de dualidad matemática[45].

-En lógica, las funciones o relaciones A y B se consideran duales si $A(\neg x) = \neg B(x)$, donde el símbolo $\neg$ indica la negación lógica. La dualidad básica de este tipo es la dualidad de los cuantificadores $\exists$ y $\forall$ de la lógica clásica.

Estos dos conceptos son duales porque $\exists x.\neg P(x)$ y $\neg\forall x.P(x)$ son equivalentes para todos los predicados P en la lógica clásica: si existe un x para el cual P no puede afirmarse, entonces es falso que P sea válido para todos los x (pero el inverso no se sostiene de manera constructiva $\exists x.\ P(x)$ y $\forall x.\ \neg P(x)$). De esta dualidad lógica fundamental se deducen otras:

--Se dice que una fórmula es «satisfactoria» en un determinado modelo si hay asignaciones a sus variables libres que la hacen verdadera; es válida si cada asignación a sus variables libres la hacen verdadera. La satisfacibilidad y la validez son dobles porque las fórmulas inválidas son precisamente aquellas cuyas negaciones son satisfactorias, y las fórmulas insatisfactorias son aquellas cuyas negaciones son válidas. Esto puede verse como un caso especial del ítem anterior, con los cuantificadores variando en las interpretaciones.

--En lógica clásica, los operadores $\wedge$ y $\vee$ son duales en este sentido, porque $(\neg x \wedge \neg y)$ y $\neg(x \vee y)$ son equivalentes. Esto significa que para cada teorema de la lógica clásica existe un teorema dual equivalente. Las leyes de De Morgan lo ejemplifican. Más generalmente, $\wedge (\neg\ xi) = \neg\vee\ xi$. El lado izquierdo es verdadero si y solo si $\forall i.\neg xi$, y el lado derecho si y solo si $\neg\exists i.Xi$.

--En lógica modal, $\square$ p significa que la proposición p es necesariamente verdadera, y $\lozenge$ p que p es posiblemente verdadera. La mayoría de las interpretaciones de la lógica modal asignan significados dobles a estos dos operadores. Por ejemplo, en la semántica de Kripke, «p es posiblemente cierto» significa «existe un W universal tal que p es verdadero en W», mientras que «p es necesariamente verdadero»

45 Sobre Dualidad en lógica y teoría de conjuntos: < https://es.wikipedia.org/wiki/Dualidad_(matemática) >

significa «para todos los universos W, p es verdadero en W». La dualidad de □ y ◊ se sigue de la dualidad análoga de ∀ y ∃.

Otros operadores modales duales se comportan de manera similar. Por ejemplo, la lógica temporal tiene operadores que denotan «será cierto en algún momento en el futuro» y «será cierto en todo momento en el futuro», que son igualmente duales.

NOTA sobre el razonamiento *modus ponens*

Argumentación del abandono de la tabla de verdad de la lógica clásica, por la doble verdad, 0, 1, donde cero implica al otro, $0 \rightarrow 1$.

Escrito en *modus ponens*: $0 \rightarrow 1, 0$ /∴ 1, si 0 es verdad, 1 también es verdad. En este razonamiento lo importante es el consecuente, las premisas se disuelven.

[notación formal: $P \rightarrow Q, P \vdash Q$] significa que Q es una consecuencia sintáctica de $P \rightarrow Q$ y P en algún sistema lógico; o como la afirmación de una tautología verdad-funcional o teorema de la lógica proposicional, donde P y Q son proposiciones en un sistema formal.

Esta regla de inferencia deduce la definición de '1' por Frege.

Pero no es aplicable para '2'.

NOTA sobre los Cardinales inaccesibles y el 2º teorema de Gödel

Consecuencia del 2º Teorema de Incompletud de Gödel sobre cardinales inaccesibles[46]: En la teoría axiomática de conjuntos ZF no puede demostrarse la existencia de cardinales inaccesibles.

<u>Teorema</u>: Si ZFC es consistente, entonces $ZFC \nvdash I$ (Donde I es "existe un cardinal inaccesible")

<u>Definición de ordinal</u>: Un conjunto *a* es un ordinal si es transitivo y está estrictamente bien ordenado por ∈ (una relación de pertenencia)

Los números ordinales se puede construir informalmente de la siguiente manera usando las operaciones de "paso sucesor" (hasta n) y "paso al límite" (desde ω):

$0 = \emptyset$

[46] Da Silva, 2014: 35-37.

$1 = \{0\}$

$2 = \{0, 1\}$

⋮

$n = \{0, 1, 2, ..., n\text{-}1\}$

⋮

$\omega = \{0, 1, 2, ...\}$

$\omega+1 = \{0, 1, 2, ...; \omega\}$

$\omega+2 = \{0, 1, 2, ...; \omega, \omega+1\}$

⋮

Definición de cardinal: un ordinal α es un cardinal si no es equipotente a ningún ordinal menor (es decir, no es equipotente a ninguno de sus elementos).

Ejemplo de cardinales son: $\aleph_0$, $\aleph_1$, $\aleph_2$,..., $\aleph_\omega$, $\aleph_{\omega+1}$, $\aleph_{\omega+2}$, ...

Definición de cardinal inaccesible: α es un cardinal inaccesible si y solo si

a) $\alpha > \omega$

b) α es un cardinal regular

c) $\kappa < \alpha \rightarrow 2\kappa < \alpha$ (o, equivalentemente $|A| = \kappa$ ^ $\kappa < \alpha \rightarrow |P(A)| < \alpha$), para cualquier cardinal κ.

== que es un card.regular? es el cardinal 'siempre' de tamaño mayor?, el máximo de los 2 cardinales anteriores < k

Y card.inaccesible?== distinto de $\aleph_0$ card.fuertemente limite, es regular (tiene cofinalidad igual que sí mismo) es un cardinal límite fuerte regular distinto de $\aleph_0$

Un cardinal inaccesible es básicamente un cardinal límite regular, excluyendo el único caso concreto conocido, que es $\aleph 0$.

En ZFC no puede demostrarse la existencia de un cardinal inaccesible (fuerte o débil), ya que de ella se deduciría la existencia de un modelo de la propia ZFC, lo cual está prohibido por el 2º teorema de incompletitud de Gödel (siempre que ZFC sea consistente).

Si hay un card.inaccesible no es una contradicción, sino que no se puede saber.

Por ej. Axioma de infinito: no es posible encontrar:

card.K $|K| = \aleph\alpha$ (ordinal)+ $\aleph 0 > k$ == card.fuertemente limite

NOTA sobre definición de Consistencia:

Recordemos que en un Sistema recursivo, consistente e incompleto, no se puede derivar una fórmula que afirme su consistencia.

Definición de Consistencia, a partir de los teoremas de Gödel:

Teorema: Sea **S** un sistema de primer orden con el mismo lenguaje que N, si **S** es ω-consistente, entonces **S** es consistente.

Hay que señalar que la propiedad de consistencia no implica la propiedad de ω-consistencia.

Se escribe: N $\nvdash$ Con(N).

Se lee: De N no se puede derivar una fórmula que afirme la consistencia de N. Con(N) se lee 'N es consistente'.

La propiedad "es consistente" se supone en la definición de un Sistema S, pero se refiere a que no es posible que en él se deduzca la formula lógica que afirme dicha propiedad.

La existencia o no de los cardinales inaccesibles se refiere a la incompletud del Sistema S, cuando S se refiere al "paso al límite" en conjuntos infinitos mayores que *aleph0*. Porque supone una proposición indecidible.

Consistencia e Incompletud son dos propiedades que actúan en el Sistema S de modo independiente: se formulan en teoremas derivados.

NOTA sobre modelo de tabla de verdad

El modelo de una tabla de verdad sobe una proposición compuesta fue desarrollada por Charles Sanders Peirce por los años 1880, pero el formato más popular es el que introdujo Ludwig Wittgenstein en su *Tractatus logico-philosophicus*, publicado en 1921.

Para una tautología, una proposición que en todos los casos posibles de su tabla de verdad su valor siempre es V, su valor V no depende de los valores de verdad de las proposiciones que la forman, sino de la forma en que están establecidas las relaciones sintácticas de unas con otras.

Sea: A ∨ ¬ A, 'A o no A', la tabla de verdad tautológica es:

A	¬ A	A ∨ ¬ A
V	F	V
F	V	V

Respecto a una contradicción, una proposición contradictoria es la que en todos los casos posibles de su tabla de verdad su valor siempre es F, su valor F no depende de los valores de verdad de las proposiciones que la forman, sino de la forma en que están establecidas las relaciones sintácticas de unas con otras.

Sea: A ∧ ¬ A, 'A y no A' la tabla de verdad de la contradicción es:

A	¬ A	A ∧ ¬ A
V	F	F
F	V	F

NOTA sobre la leyenda de las Once mil vírgenes

De Santiago de la Vorágine (1982), *La leyenda dorada* (Madrid, Alianza Forma. II tomo pp. 677-680). Para asistir a Úrsula y sus diez amigas (ayudas de cámara), en el viaje desde Bretaña a Inglaterra para casarse con el hijo del rey, Úrsula pone entre sus condiciones que deben ir asistidas por once mil mujeres, mil por cada una, convertidas en un ejército y convencidas por ella en ser cristianas y vírgenes. El autor, arzobispo de Génova a mediados del siglo XIII, recoge otros martirios multitudinarios legendarios: 'Los diez mil mártires', pp. 833, en tiempos de Adriano, ejecutados por 30.000 soldados, en el monte Ararat (Armenia); o el de 'San Mauricio y sus compañeros', pp. 607 y ss., trata del sacrificio de la legión tebana que se convirtió al cristianismo, 6.666 soldados, 6.500 coptos según un códice del siglo IX.

Ferrero Alemparte, J., en *La leyenda de las Once Mil Vírgenes. Sus reliquias, culto e iconografía* (Murcia, 1999, pp. 104-113 y 122-128), mantiene que en el Martirologio de Wandalberto de Prüm, año 848, se señala la celebración el 21 de octubre junto con las santas principales, otros miles de vírgenes, utiliza el término 'milia' pero no la cantidad exacta 'once mil' aunque ya era conocida en calendarios del siglo IX. Se puede ver una causa para el paso de once a once mil en el hecho de que, en la numeración romana, el procedimiento para multiplicar una cifra por mil consistía en la colocación de una raya horizontal sobre el número que se iba a multiplicar. De hecho, en varios de los testimonios que transmiten la Leyenda de las once mil vírgenes en latín éste es el procedimiento empleado a la hora de enumerarlas. Además, no hay que buscar una intención deliberada en la multiplicación del número de vírgenes, sino en el hecho de que se habría colocado involuntariamente sobre XI para no hacer de estos símbolos una grafía equívoca.

Ferrero Alemparte da por válida esta solución y ve un propósito deliberado en el incremento del nº de mártires debido a la hegemonía de la ciudad de Colonia que sería más próspera al aumentar el nº de reliquias. El traslado de las reliquias se debió hacer desde Pinnosa de Colonia a Essen después de 947. A partir de ahí Ursula toma protagonismo en Colonia, hija del rey británico, se compuso la *Primera Passio Ursualae*, después otra versión y más tarde la recogida por Santiago de la Voragine. Previamente el martirio refería a Marta y Saula.

El trabajo de Ferrero es ampliado por Jaime González Álvarez (2006): *Dos versiones castellanas de la Leyenda de las once mil vírgenes en los Mss. 77 de la Biblioteca Menéndez Pelayo de Santander y 15001 de la Biblioteca Lázaro Galdiano* Archivum Revista de la Facultad de Filología, tomo LVI, 2006, Universidad de Oviedo. Respecto a las once mil vírgenes y mártires tebanos se sigue cómo llegaron reliquias de ambos, vírgenes y mártires, a la corte de Valladolid de Felipe III en 1605, en "El estandarte de San Mauricio del Museo de Valladolid. Reliquias de Flandes en la corte de España. 1604", Museo de Valladolid, 2012.

Referencias

Arrieche Alvarado, Mario José. 2006. Papel de La Teoría de Conjuntos en la Construcción de los Números Naturales, *Paradìgma* v.27 n.1 Maracay.

Da Silva, Ricardo. 2014. Los teoremas de incompletitud de Gödel, teoría de conjuntos y el programa de David Hilbert, *EPISTEME NS*, VOL. 34, N° 1, pp. 19-40.

Freud, Sigmund. [1913] 1980. *Tótem y tabú*, Alianza editorial, Madrid.

Glasserman, Marta. 1981. Hombre y mujer. Lógica de una relación imposible, *Serie Psicoanalítica* 2/3, pp. 125-146.

Huertas, Antonia y María Manzano. 2002. *Teoría de conjuntos*. Universidad de Salamanca.

Lévi-Strauss, Claude. 1962. *Totemisme aujourd'hui*. Press Universitaires de France, París.

Lévi-Strauss, Claude. [1965] 1971. *El totemismo en la actualidad*. Fondo de Cultura Económica, México.

Lévi-Strauss, Claude. [1974] 1995. *Antropología estructural*. Ediciones Paidós, París.

Lévi-Strauss, Claude. [1985] 2008. *La alfarera celosa*. Paidós, Barcelona.

Lacan, Jaques. 2012. *El Seminario de Jacques Lacan. Libro 19 "... o peor" 1971-1972*. Texto establecido por Jacques-Alain Miller. Ediciones Paidós. Buenos Aires.

Zafiropoulos, Markos. 2015. *Lacan y Lévi-Strauss o el retorno a Freud (1951-1957)*. Traducción: Horacio Pons, 2006. Buenos Aires, Manantial.